

# 目次

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>多目的最適化と遺伝的アルゴリズム</b>	<b>3</b>
2.1	多目的最適化問題 . . . . .	3
2.2	パレート最適解 . . . . .	3
2.3	遺伝的アルゴリズムの特徴 . . . . .	4
2.4	遺伝的アルゴリズムのプロセス . . . . .	5
2.5	多目的遺伝的アルゴリズム . . . . .	5
<b>3</b>	<b>多目的遺伝的アルゴリズムにおける選択手法</b>	<b>7</b>
3.1	GAによる多目的最適化問題 . . . . .	7
3.2	非パレートのアプローチ . . . . .	7
3.3	パレートのアプローチ . . . . .	8
<b>4</b>	<b>数値実験結果</b>	<b>12</b>
4.1	対象問題 . . . . .	12
4.2	テスト関数 . . . . .	12
4.3	京都観光問題 . . . . .	14
4.4	連続問題における結果と考察 . . . . .	16
4.5	離散問題における結果と考察 . . . . .	20
<b>5</b>	<b>結論</b>	<b>25</b>

# 1 序論

近年, 多目的ダムや多目的ホールといった我々の身のまわりに存在するものだけでなく, 多目的衛星や多目的検索エンジンというように, 多目的という言葉が様々な方面で使われるようになってきた. 実世界に存在する様々な最適化問題を考えた場合, その評価項目は単一の目的関数ではなく, むしろ複数の評価項目に及ぶ場合が多い. 一般にこのような問題は, 多目的最適化問題と呼ばれる<sup>1)</sup>.

例えば, ある製品を購入する場合, その製品の機能, 価格, 外見, 大きさなどその製品の評価基準は複数に及ぶ. しかも, 通常それぞれの評価基準が最適の製品は存在せず, 一般に各評価基準は何らかの形で互いに相反するトレードオフの関係にある. このような複数の評価基準が存在し, かつ複数の評価基準が互いにトレードオフの関係にある問題から最適解を探し出すものを多目的最適化問題と呼ぶ. 故に, 一般には多目的最適化問題において, 解は複数及び無限個の集合として存在する.

一方, 多目的最適化の理論について見ると, 目的関数でのトレードオフをバランスさせ得る解に関して「パレート最適性」が重要な概念として挙げられている! 「パレート最適性」とは, 多目的の状況に於いてその解を他の任意の解と総合的に比べて見て決して劣ることはないことが保証されたことである. すなわち, 他のどの解より必ずしも優位にあるとは言い切れないが, より優れた解が他には存在しないような状態である. 一般に, このパレート最適性を満足する解(パレート最適解)は複数個あり, これらを集合として求めることが, 効率的かつ適切に多目的意思決定を行う上で重要となる.

従来の多目的最適化問題に対する手法として, 複数の目的関数を任意の重み付けにより単一化する重みパラメータ法, 任意の目的関数以外の目的関数を制約条件化し, 任意目的関数の最適化に集約する制約法などが提案されている<sup>2)</sup>. しかしながら, これらは複数もしくは無限にある解集合の中の一つの解しか求めることができず, 多目的最適化における目的関数間でのトレードオフをバランスさせた妥協解を得るという意味では不十分である場合が多い.

そこで近年, 遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, 以下 GA)の持つ「集団による探索(多点探索)」を行うという特徴に注目し, 直接的に解集合を求めることを目的とした多目的 GA に関する研究が報告されその有効性が検証されている. GA は生物の遺伝と進化を模擬した確率的探索手法の一つである. GA を用いて最適化問題を解く試みは非常に多くなされており, 特に従来の最適化手法では解けなかった多峰性のある問題や離散的な問題に対してその有効性が検証されている<sup>3) 4)</sup>.

この GA の多点探索性に注目し多目的最適化問題へ適用する. これらの研究は一般に多目的 GA と呼ばれ, Schaffer らの, 個体集合を目的関数の数に等しい部分個体集合に分割し, 各目的関数値に応じて独立に個体を選択してそれぞれの部分個体集合を生成する VEGA(Vector Evaluated Genetic Algorithms)に始まり, パレート最適解集合のフロンティアを陽に取り扱う Goldberg のランキング法や Fonseca らの MOGA などが代表的な研究としてあげられる.

特に近年では, 小野らの多次元, 超多峰性, 変数間の強い依存関係, 複雑な制約条件など極めて困難な問題として知られているレンズ系設計問題や, 大林らによる航空機の主翼形状設計を行う際の空力形状設計など実問題に対する多目的 GA の応用も行われており, この分野における研究はますます活発になってきている<sup>5) 6) 7)</sup>.

しかし, GA の多目的への応用にあたっては, 以上に紹介した様々な手法に加え, その他にも様々な方法が存在する. しかし, これまでに提案された手法の多くは, 対象とする問題に何らかの形で特

化しており、定量的な各手法の比較は十分に行われていない。これまでに行われてきた選択手法の比較を見た場合、そのほとんどが MOGA におけるルーレット選択とエリート選択またはルーレット選択とシェアリングなどの比較のみであり、その他の手法を含めた議論はあまりなされていない。

そこで、本論文では多種選択手法の比較を行う。具体的には、上記の VEGA, MOGA における、個体集合から適当な数の個体を抽出し、この中から 1 つを選択するという操作を M 回繰り返すというパレート・トーナメント法、ルーレットを個体の適応度のに応じた領域に分割し、次世代の個体をこのルーレットによって決めるルーレット選択、ルーレット選択に個体の近傍の込み具合により解をパレート最適解集合上に出来るだけ広く分布させるシェアリングを加えたもの、ルーレット選択に次世代に最適解を確実に残すエリート保存戦略を加えたもの、さらにルーレット選択にシェアリングとエリート保存戦略を加えたものの 6 つである。またこれらの 6 つの手法に対して、3 つの例題を解いてみる。内 2 つは玉置らが用いた例題で<sup>4)</sup>、もう 1 つは、巡回セールスマン問題を多目的化した京都観光問題である。玉置らの例題は連続問題であり、京都観光問題は離散問題となっている。

本論文では、2 章で多目的最適化のこれまでの研究を簡単に紹介し、続いて 3 章で GA の概念を説明し、その上で GA の多目的最適化問題への適用について述べる。4 章では多目的 GA の基本的な手法について述べ、比較する多目的 GA の選択手法について説明する。5 章では 4 章で記述した手法を比較検証するための例題を説明し、6 章では 5 章で記述した例題を 4 章で記述したそれぞれの手法に適用した場合の数値実験を行い、その結果及び結果による考察を述べる。

## 2 多目的最適化と遺伝的アルゴリズム

本章では、まず多目的最適化問題の概要を示す。次に遺伝的アルゴリズムの特徴を述べどのような探索法で、どのように探索を進めるのかの説明を行い、その後遺伝的アルゴリズムのプロセスを説明する。そして最後に遺伝的アルゴリズムの多目的最適化問題への適用について述べる。

### 2.1 多目的最適化問題

多目的最適化問題 (Multiobjective Optimization Problems, MOPs) とは「複数個の互いに競合する目的関数を与えられた制約条件の中で最小化する問題」と定義される。目的関数が互いに競合しているため、与えられた全ての目的関数に対して完全最適解を求めることはできない。完全最適解とは、どの目的関数に関しても最適となっている解である。従って、最も望ましい最適解ではあるが、現実の多目的最適化問題ではこの完全最適解は存在しない場合が多い。

そのため、多目的最適化では「ある目的関数の値を改善するためには、少なくとも他の1つ目的関数の値を改悪せざるをえないような解」を求めることになる。多目的最適化では、このような解集合をパレート最適解 (Pareto optimal solution) と呼んでいる。故に、多目的最適化の1つの目標は、このパレート最適解 (集合) を導出することであると言える。

一般に多目的最適化問題は、 $k$  個の互いに競合する目的関数

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (2.1)$$

を、 $m$  個の不等式制約条件

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (2.2)$$

のもとで最小化するという問題として定式化される。

### 2.2 パレート最適解

パレート最適解は、多目的最適化問題における解の優越関係により定義される。多目的最適化問題における解の優越関係の定義を以下に示す。

定義 (優越関係):  $x^1, x^2 \in \mathcal{S}$  とする。

$f_k(x^1) \leq f_k(x^2)$  ( $\forall k = 1, \dots, p$ ) の時、 $x^1$  は  $x^2$  に優越するという。

$f(x^1) < f(x^2)$  ( $\forall k = 1, \dots, p$ ) の時、 $x^1$  は  $x^2$  に強い意味で優越するという。

もし、 $x^1$  が  $x^2$  に優越しているならば、 $x^1$  の方が  $x^2$  より良い解である。従って、他のいかなる解にも優越されない解を選ぶことが、パレート最適解集合を求める方法である。次にこの優越関係に基づくパレート解の定義について以下に示す。

定義 (パレート解):  $x^0 \in \mathcal{S}$  とする。

$x^0$  に強い意味で優越する  $x \in \mathcal{S}$  が存在しないとき、 $x^0$  を弱パレート解という。

$x^0$  に優越する  $x \in \mathcal{S}$  が存在しないとき、 $x^0$  を (強)パレート解という。

目的関数が 2 つの場合におけるパレート最適解の例を Fig. 2.1 に示す .

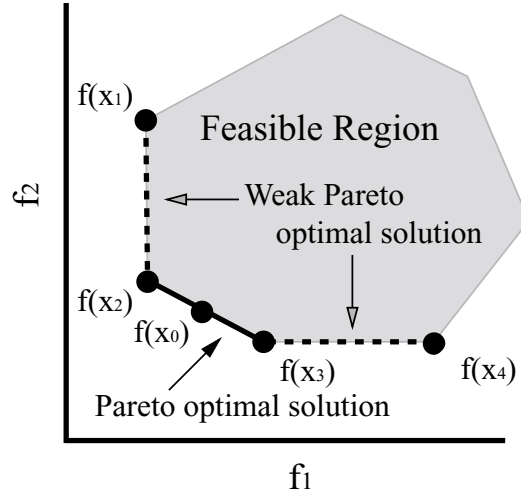


Fig. 2.1 Pareto optimal solution

制約条件より Fig. 2.1 のような可能領域 ( 変数許容空間 ) 内でパレート解を求めるものとする . 多目的最適化問題では , 「 優越する解が他に存在しない解 」 という 「 パレート解 」 の探索を行う . そのため , Fig. 2.1 中における  $f(x_1)$  は  $f(x_2)$  ,  $f(x_4)$  は  $f(x_3)$  とそれぞれ優越する解が存在しているので , この場合  $f(x_0)$  を含む  $f(x_2)$  と  $f(x_3)$  を結んだ直線がパレート解となる .

### 2.3 遺伝的アルゴリズムの特徴

遺伝的アルゴリズム ( Genetic Algorithm , GA ) は自然界における生物の進化をモデル化した , 最適化手法である . GA では世代を形成している個体の集合 ( 個体群 ) の中で , 環境への適合度の高い個体が次世代により多く生き残り , また交叉及び突然変異を起こしながら次の世代を形成していくといった操作を繰り返すことにより最適な解を探索していく .

最適化問題を解くには , 未知の領域の探索能力とそれによって得られた情報の有効利用の調和が重要であるといわれる . ランダムサーチでは探索は行いが , 探索によって得られた情報を有効に利用できない . また , 従来型の山登り法などでは未知の領域の探索能力が十分でない . GA はこの 2 つのバランスをうまくとることのできるアルゴリズムである . GA がこれまでの古典的な探索法と大きく異なる点は次の 2 つの特徴にある <sup>3)</sup> .

- 一点探索ではなく , 多点探索である .
- 決定的規則ではなく , 確率的オペレータを用いる探査である .

上記における多点探索という特徴より GA では , 探索の各段階で個体評価における多目的性を直接扱うことが可能である . すなわち , それぞれの目的関数に対してある程度良い値をとる個体を同時に持ちながら探索を進めることができる .

## 2.4 遺伝的アルゴリズムのプロセス

GA の基本的な探索プロセスは次のようになっている .

- 1 (初期化) ランダムな染色体をもつ個体を  $N$  個生成して, 初期世代の個体群を設定する .
- 2 (再生) 各個体の適合度を計算して, 適合度に依存した一定の規則で個体の再生を行う . ここで, 適合度の低いいくつかの個体は消滅され, その個数だけ適合度の高い個体が増殖することになる .
- 3 (交叉) 設定された交叉確率や交叉の方法により交叉を行い, 新しい個体を生成する .
- 4 (突然変異) 設定された突然変異確率や突然変異の方法により突然変異を行い, 新しい個体を生成する . この結果, 新しい世代の個体群が生成される .
- 5 (終了判定) 終了条件を満たせば, その時に得られている最良の個体を問題の準最適解とする . そうでなければ 2 へ戻る .

GA はこのように, 再生により望ましい解を重点的に探索すると同時に, 交叉と突然変異によって解の探索範囲を広げているので, これらの両方の手続きが有効に作用すれば, その威力を十分に発揮することになる<sup>3)</sup> .

## 2.5 多目的遺伝的アルゴリズム

多目的最適化問題に対し GA を適用する場合, 各目的関数に対してある程度良い値をとる個体を同時に持ちながら探索を進めることができるので, 直接的にパレート解集合を求めることが可能となる . その際の重要な観点として, 多様性維持が挙げられる . つまり, 個体をパレート最適解集合上により広範囲にかつ途切れることなく分布させることが重要となる .

多目的最適化問題における GA では, 可能領域内に複数の遺伝子を生成し, 交叉や突然変異といった遺伝的操作を用いて新たな遺伝子を発生させなんらかの方法で選択することにより, 各個体を真のパレート最適解集合に近づける . 一般にそれぞれの世代において優越している個体によって決定できる曲面を解のフロンティアと呼ぶ .

概念としては Fig. 2.2 のように, 世代が進むに従い個体の作り出すフロンティアは真のパレート曲線 (最適解集合) に近づいていくものとして捉えることができる .

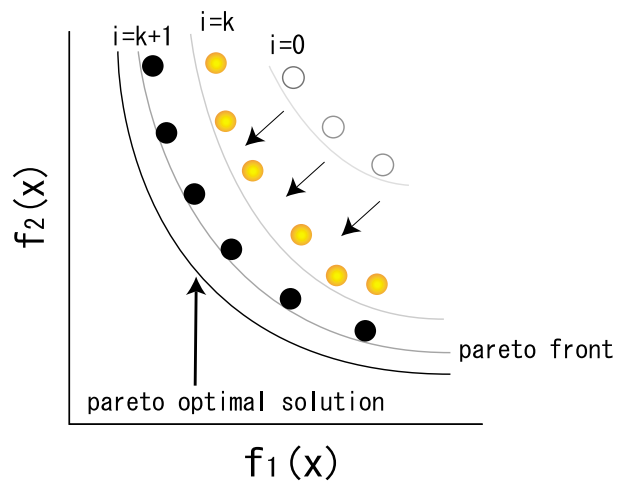


Fig. 2.2 The conceptual diagram of the MOPs genetic algorithm search

### 3 多目的遺伝的アルゴリズムにおける選択手法

本章では、まず多目的最適化問題を遺伝的アルゴリズムを適用する場合での概念的説明を行い、多目的 GA での基本的手法であるパレート・ランキング法の説明を行う。最後に本論文で用いた多目的 GA の選択手法の説明を行う。

#### 3.1 GA による多目的最適化問題

GA を多目的最適化問題に対して適用する場合、パレート最適解を適切に評価し、次世代に残していくことがキーポイントとなる。従来の「一つの最適解」を求める単目的の場合と異なり、多目的では、他の解に劣っていない解 (パレート解) 全てが解候補となるため、単純に単目的における適合度をそのまま適応させることはできない。多目的における個体の評価方法に関して、従来より数多くの方法が提案されているものの、大きく以下の 2 つの考えに大別することが出来る ..

- おのおのの目的関数について独立に選択演算を行う (非パレートのアプローチ)
- 解の優越関係に基づいて選択演算を行う (パレートのアプローチ)

非パレートのアプローチにおける代表的な手法として、J.D.Schaffer の Vector Evaluated GA (VEGA) がある<sup>8)</sup>。この研究は、GA の持つ多点探索という特徴に注目し多目的最適化へ応用した初めての例である。また、パレートのアプローチにおける代表的な手法としてはパレート・ランキングなどが挙げられる。

#### 3.2 非パレートのアプローチ

上記、非パレートのアプローチによる手法を以下に紹介する。

##### 3.2.1 VEGA

Schaffer によって提案された VEGA は、SGA あるいは Grefenstette の GENESIS に多評価関数を導入した手法であるともみなされ、再生と交叉、突然変異の遺伝的操作により構成されている。概念的には、それぞれ異なる評価関数を持つ SGA が並列に計算を行っているといえられる。交叉、突然変異に関しては、単一の評価による適合度の場合と同様の方法を用いているが、単目的 GA との根本的な違いは、個体群を目的関数の種類に等しい部分個体群に分割された部分個体群の中で、それぞれの適合度評価ごとに、独立に再生が行われる点にあった。VEGA の基本的な概念図を Fig. 3.1 に示す。

しかし、パレート最適解を明に考慮していないため、ある 1 つの目的関数値のみが極端に良いパレート解しか得られず、多様なパレート最適解 (特に、各目的関数間のバランスを考慮するようなパレート最適解) は得られにくいという問題点が指摘されている。

##### 3.2.2 重み付け選択

重みパラメータ  $w_i$  を用いて各目的関数を線形結合させて単一目的関数にした解析方法であり、単一目的への結合方法は次式



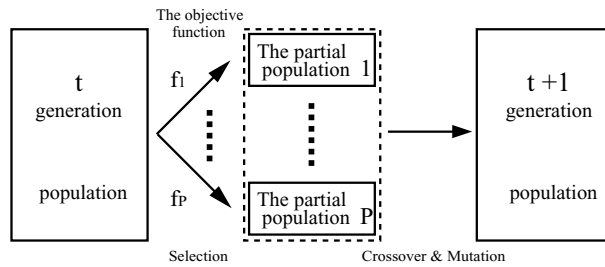


Fig. 3.1 VEGA

$$f = \sum_{k=1}^p w_k f_k \quad (3.1)$$

を用い、重みパラメータ  $w_i$  は

$$0 \leq w_k, \quad \sum_{k=1}^p w_k = 1 \quad (3.2)$$

とする。このときの  $f$  を最小化することにより解を得る。ここで、 $w_i$  を一定値に固定すれば選好解を得たことになり、また問題における重みパラメータ  $w$  を可変パラメータとして求解を繰り返すと、 $f$  空間における可能領域が凸の場合には、パレート最適化が全て求まるが、非凸の場合には双対ギャップが生じるため、全てのパレート解を求めることは出来ない。以下に重みパラメータ法の概念図をのせる。

### 3.2.3 制約法

1 つの目的関数  $f_k$  のみを残して、他は定数で制約したスカラー最小化問題であり、

$$f_i \leq c_i, \quad k \neq \forall i = 1..p, \quad c_i = \text{制約パラメータ} \quad (3.3)$$

とする。つまり、単一目的として番号  $k$  の目的関数を採用し、それ以外の目的は全て制約条件として扱うので各制約の上限値  $c_k$  を指定する必要がある。これら番号  $k$  および上限値  $c_k$  を固定したものにすれば選好解を得るし、これらを順次変化させながら解けばパレート解を得る。以下に制約法の概念図を示す。

### 3.2.4 辞書式配列法

目的関数に順位を付け、その優先順位に従って解を絞り込んでいく方法である。例えば、 $f_1$  のみによって順位を決め、 $f_1$  が同じランクについては  $f_2$  により、さらに同じランクには  $f_3$  により、… というように解を求める方法である。この方法では、明らかに先に採用される目的関数が重要視されるので、その優先順位の決め方に意思決定者の選考が反映されることになる。

## 3.3 パレートのアプローチ

4.1 節で述べた、パレートのアプローチによる手法を以下に紹介する。

### 3.3.1 パレート・ランキング法

GA では、個体の各目的関数を各世代内で相対的に評価し個体に順位をつけることが可能である。パレート・ランキングによる方法とは、上記における GA の特徴を生かし、解の優越関係に基づいて定められる個体間の順位を適合度を用いる方法である。個体の順位のつけ方としては、Goldberg, Fonseca らによる方法がある<sup>2, 9)</sup>。本研究では、個体の順位付けがより明確に行える Fonseca によるランキング法<sup>2)</sup>を採用した。以下ではその手法を説明する。

Fonseca らのランキング法では、個体  $X_i$  が  $n_i$  個の個体に優越されているとき、 $X_i$  のランク  $r(X_i)$  を

$$r(X_i) = 1 + n_i \quad (3.4)$$

のように定める。パレート・ランキング法概念図を Fig. 3.2 に示す。以下、Fig. 3.2 を例にしたパレートランキング法における手続きを示す。

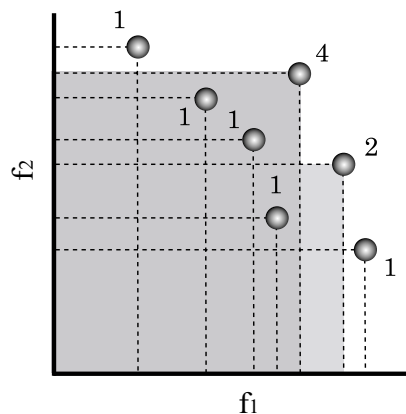


Fig. 3.2 Pareto Ranking

(1) Fig. 4.2 のように、個体  $X_1, X_3, X_5$  はどの個体にも優越されていないのでランクは 1 となる。

(2) 個体  $X_2$  は、 $X_3, X_4, X_5$  の 3 個体に、 $X_4$  は、 $X_5$  に優越されているのでそれぞれのランク  $r(X_2), r(X_4)$  は、 $r(X_2) = 1 + 3 = 4, r(X_4) = 1 + 1 = 2$  となる。

このランキング法を用いた選択手法としては、ランクの値を適合度に変換し用いるルーレット選択、各世代でパレート最適個体(ランク 1 の個体)のみ残すパレート保存戦略などがある。

### 3.3.2 ルーレット選択

ルーレット選択は、個体の生き残りを適合度に比例した割合で選択する。つまり、ランクの値により、ランクの小さい個体ほど次世代に残る確率を高くする手法である。具体的には、世代  $t$  での個体集合  $P(t)$  中の各個体  $i$  の適応度  $g_i$  を計算し、個体集合内での適応度の総和  $G$  を求める。このとき、選択後の個体集合  $P'(t)$  に個体  $i$  が確率  $g_i/G$  で含まれるように、 $P'(t)$  を決定する手法である。

### 3.3.3 パレート保存戦略

各世代での個体群中のパレート最適個体(ランク 1 の個体)のみを全て次世代へ強制的に残す手法で、単目的でのエリート保存戦略に対応するものである。

### 3.3.4 シェアリング

多目的最適化問題に対し GA を適用する際の重要な点は、解をパレート最適解集合上により広範囲にかつ均等に分布するような解を求めることである。その一つの有効的な方法として Horn らによって提案されたシェアリングがある<sup>8, 9)</sup>。以下では、シェアリングの概念を適応度に反映させる手法について述べる。

各個体についてその個体の近傍の混み具合をニッチ数という。本研究ではニッチ数  $m_{x_i}$  を

$$m_{x_i} = \sum_{j=1}^N s(d(x_i, x_j)) \quad (3.5)$$

と定義する。 $d(x_i, x_j)$  は個体  $i, j$  間の距離で、その定義としては幾つかの方法が提案されている。シェアリングの適用に関し、表現空間で行うことを提案しているもの<sup>4)</sup>、目的関数空間で行うことを提案しているもの<sup>3)</sup>があるが、本研究では、個体  $i$  と  $j$  の表現型でのユークリッド距離を用いるものを適用する。

また、 $s(d)$  はシェアリング関数と呼ばれ、これは、距離  $d(x_i, x_j)$  に応じて適合度を割り引いている。そして近傍を定めるパラメータ (シェアリング半径)  $\sigma > 0$  を与え、次式を用いる。

$$s(d) = \max\left(1 - \frac{d}{\sigma}, 0\right) \quad (3.6)$$

このようにして算出したニッチ数  $m_{x_i}$  でその個体の適合度  $g(i)$  を割り、それを新たな適合度  $g_s(i)$  とする

$$g_s(i) = \frac{g(i)}{m_{x_i}} = \frac{g(i)}{\sum_j s(d(x_i, x_j))} \quad (3.7)$$

上式により再計算された適合度は、個体間の集中度合いも考慮に入れているため、この適合度を用いた選択を行うことにより個体が均一に分散された状態で次世代に受け継がれるものと考えられる。

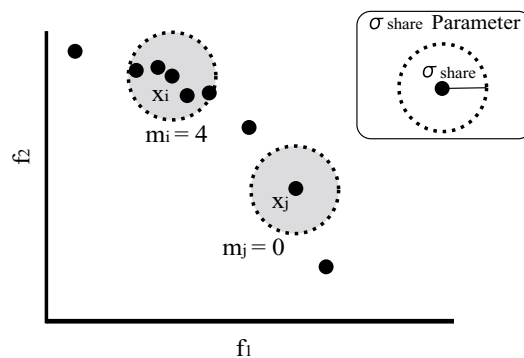


Fig. 3.3 Sharing

### 3.3.5 パレート・トーナメント法

多目的最適化問題に対して、優越関係に基づくパレート・トーナメント法を基本とし、これにシェアリングを組み合わせた手法として、以下のアルゴリズムが Horn らによって提案されている。

- 個体集合から競争関係にある二個体(「トーナメント個体」以下Aとする)と、優越関係のテスト用にあらかじめ定められた数の比較個体集合(Bとする)をランダムに取り出す。またこのときBの数は優越関係パラメータ( $t_{dom}$ )によって選出する。
- トーナメント個体のそれぞれについて、B内の個体との間で優越関係を調べる。この結果、次のようにして1つの個体を選択する。
  - もしAの中の1個体がBのすべての個体に優越して、他方の個体がそうでないならば、前者をトーナメントの勝者として選択し次世代へ残す..
  - Aがともに優越するかまたは優越していない(選択される個体が定まらない)ならば、トーナメントの結果はシェアリングによって選択(ニッチ数がより小さい方の個体を選出)する。

この方法では、多様なパレート最適解が得られるが、探索が進みがたい(探索が遅い)という問題点がある。

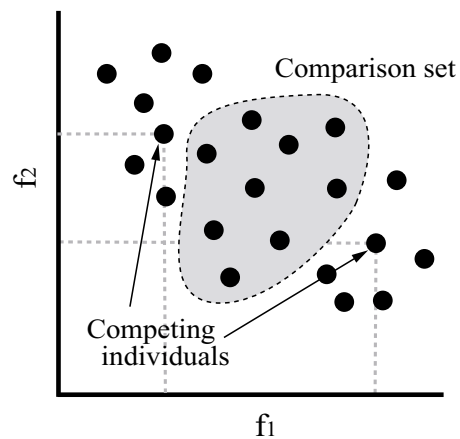


Fig. 3.4 Pareto Tournament

## 4 数値実験結果

本章では、まず 3 種類の適用例題の説明を行い、次にその 3 種類の例題による結果と結果による考察を行う。

### 4.1 対象問題

本論文では、複数の数値計算例を通じて次の 6 種類の選択手法の比較を行った。

- ルーレット選択
- ルーレット選択 + パレート保存戦略
- ルーレット選択 + シェアリング
- ルーレット選択 + パレート保存戦略 + シェアリング
- パレート・トーナメント法
- VEGA

適用例題は次の 3 種類である。

- 例題 1 パレート最適個体が非凸型の最小化問題 (玉置らが提案)
- 例題 2 パレート最適個体が凸型の最大化問題 (玉置らが提案)
- 京都観光問題 (Kyoto Traveling Tourist Problem : 以下 KTTP) 巡回セールスマン問題を多目的化した問題 (近藤らが提案)

KTTP は本論文では観光場所数 10 の問題として解探索を行った。以下に玉置らのテスト関数 2 種類と、京都観光問題の概要を示す。

### 4.2 テスト関数

以下に玉置らのテスト関数を 2 種類示す。前者が非凸型のパレート最適解、後者が凸型のパレート最適解を持つ問題である。これら 2 種類の例題はすでに真のパレート解が分かっている問題である。

#### 4.2.1 例題 1

本論文で各手法の比較を行うために用いた例題を以下に示す。これは玉置らが提案した例題で、パレート最適解が非凸型となっている単純なテスト関数である。

目的関数

$$\begin{aligned} f_1 &= 2\sqrt{x_1} \\ f_2 &= x_1(1 - x_2) + 5 \end{aligned} \tag{4.1}$$

## 制約条件

$$\begin{aligned} 1 \leq x_1 \leq 4 \\ 1 \leq x_2 \leq 2 \end{aligned} \tag{4.2}$$

また，例題 1 における真のパレート最適解を Fig. 4.1 に示す．

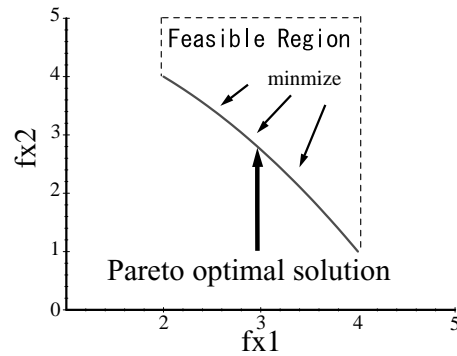


Fig. 4.1 Pareto solution of Example 1

## 4.2.2 例題 2

### 目的関数

$$\begin{aligned} f_1 &= -x_1^2 + x_2 \\ f_2 &= \frac{1}{2}x_1 + x_2 + 1 \end{aligned} \tag{4.3}$$

### 制約条件

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{1}{6}x_1 + x_2 - \frac{13}{2} \leq 0 \\ g_2 &= \frac{1}{2}x_1 + x_2 - \frac{15}{2} \leq 0 \\ g_3 &= 5x_1 + x_2 - 30 \leq 0 \\ g_4 &= -x_1 \leq 0 \\ g_5 &= -x_2 \leq 0 \end{aligned} \tag{4.4}$$

また，例題 2 における真のパレート最適解を Fig. 4.2 に示す．

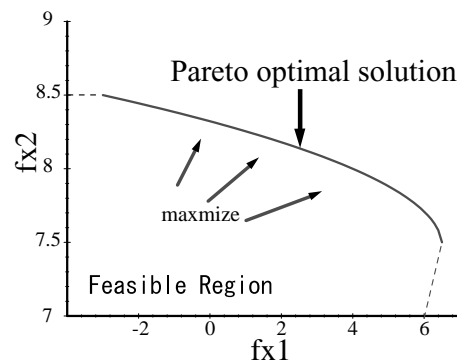


Fig. 4.2 Pareto solution of Example 2

### 4.3 京都観光問題

TSP は、都市間の距離が与えられるいくつかの都市があり、これらの各都市を一度ずつ訪問するものとした場合の巡回路長を最小とする問題である。

本発表では、TSP の多目的化について考えた。具体的には、従来からの距離という目的に巡回する都市数という目的を加え、2 目的の問題としての定式化を試みた。すなわち、出来るだけ少ない距離で多くの箇所を訪れることを目標とした問題になる。

また、その対象問題のモデルとして、本発表では実際の京都市内の寺や神社を用いた ( Fig. 4.3 参照 ) 。



Fig. 4.3 Map of Kyoto City

#### 4.3.1 京都観光問題の定式化

KTTP へのアプローチ方法について説明する。以下の 2 つの目的関数を考える。

$$f_1 = \text{Total Distance} \quad (4.5)$$

$$f_2 = 1/(\text{The Number of Methods}) \quad (4.6)$$

KTTP を解く上で、あらかじめ訪れる寺、神社は決定しておく。今回は最大 10 箇所、最低 2 箇所、その際の各寺、神社の配置を実際の地図を元に南北を y 軸、東西を x 軸とし、京都駅を (0,0)、スタート地点およびゴール地点とした。

そのデータを以下の Table 6.1 に (単位は m) に示す。

また以下に得られるパレート解の図の説明を Fig. 4.4 に示す。KTTP では縦軸に観光場所数を扱っているため、観光場所数 2 での解 ~ 観光場所数 10 での解と、解が連続していない離散問題となっている。

Table 4.1 Data of Kyoto City

番号	観光地	位置 (x,y)
1	京都駅	(0,0)
2	東本願寺	(0,500)
3	西本願寺	(-600,500)
4	三十三間堂	(1500,300)
5	清水寺	(2600,1200)
6	八坂神社	(1800,2400)
7	平安神宮	(2150,3550)
8	二条城	(-850,3400)
9	御所	(0,4150)
10	金閣寺	(-3200,6900)

#### 4.3.2 多目的 GA のパラメータ設定

本論文での数値実験での多目的 GA のパラメータを以下の Table 6.2 のように設定した .

Table 4.2 GA Parameter setting

項目	値
初期個体数	100 個
交叉率	1.0
突然変異	0.01
シェアリング範囲	100



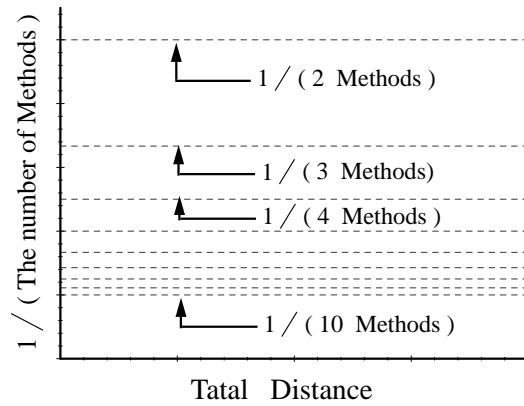


Fig. 4.4 Pareto optimal solution of KTTP

#### 4.4 連続問題における結果と考察

本節では連続問題としての例題 1 , 例題 2 の結果を示し , その後に結果による考察の述べる .

##### 4.4.1 例題 1 における結果

以下に例題 1 を各手法で解いたときの結果を示す . Fig. 4.5 ~ Fig. 4.10 は順に ,

- ルーレット選択
- ルーレット選択 + パレート保存戦略
- ルーレット選択 + シェアリング
- ルーレット選択 + パレート保存戦略 + シェアリング
- パレート・トーナメント法
- VEGA

の結果である . 尚 , 図中の実線は例題 1 における真のパレート解を示しており , 黒点が得られた解である . また , Fig. 4.5 ~ Fig. 4.10 はすべて世代数 30 のときの結果である .

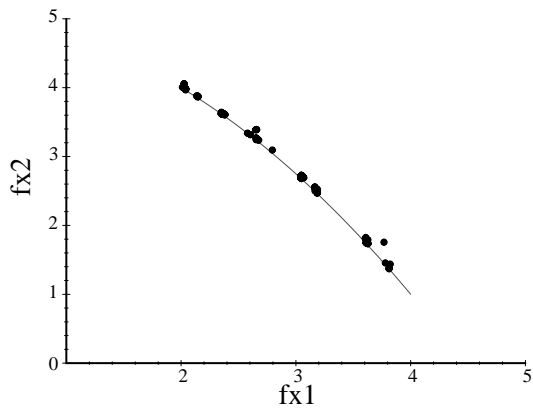


Fig. 4.5 Result of Example1 in Roulette

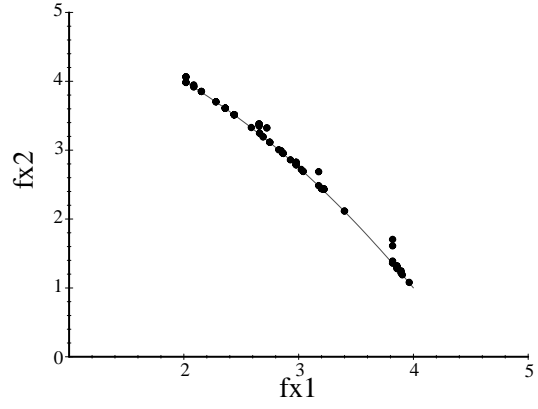


Fig. 4.6 Result of Example1 in Roulette and Sharing

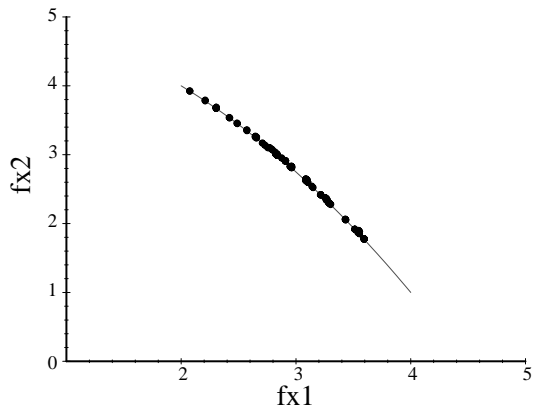


Fig. 4.7 Result of Example1 in Roulette and Elite

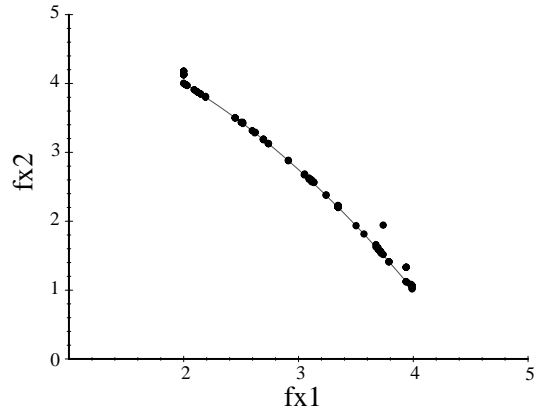


Fig. 4.8 Result of Example1 in Roulette and Elite and Sharing

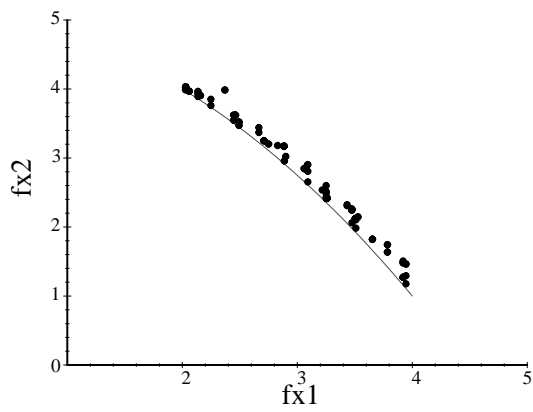


Fig. 4.9 Result of Example1 in Pareto Tournament

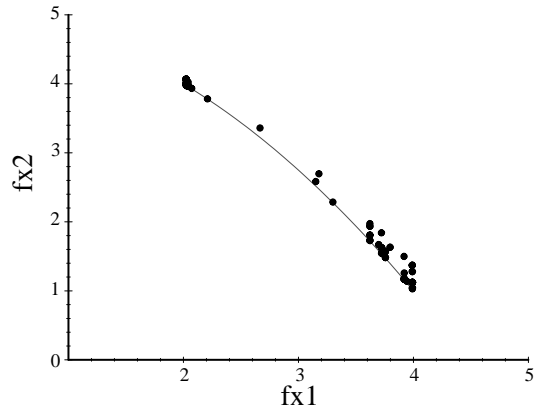


Fig. 4.10 Result of Example1 in VEGA

#### 4.4.2 例題 2 の結果

以下に例題 1 と同様，例題 2 を各手法で解いたときの結果を示す． Fig. 4.11～ Fig. 4.16 は順に，

- ルーレット選択
- ルーレット選択+パレート保存戦略
- ルーレット選択+シェアリング
- ルーレット選択+パレート保存戦略+シェアリング
- パレート・トーナメント法
- VEGA

の結果である．尚，図中の実線は例題 2 における真のパレート解を示しており，黒点が得られた解である．また， Fig. 4.5～ Fig. 4.10 はすべて世代数 30 のときの結果である．

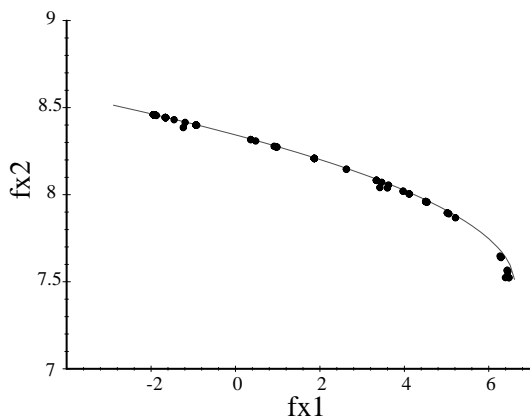


Fig. 4.11 Result of Example2 in Roulette

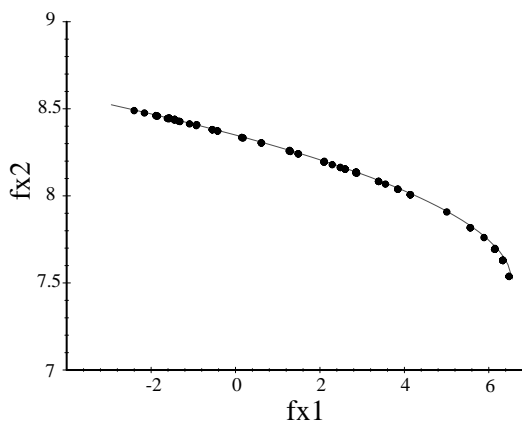


Fig. 4.12 Result of Example2 in Roulette and Sharing

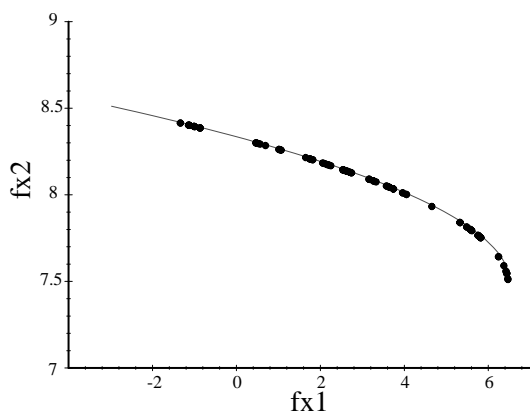


Fig. 4.13 Result of Example2 in Roulette and Elite

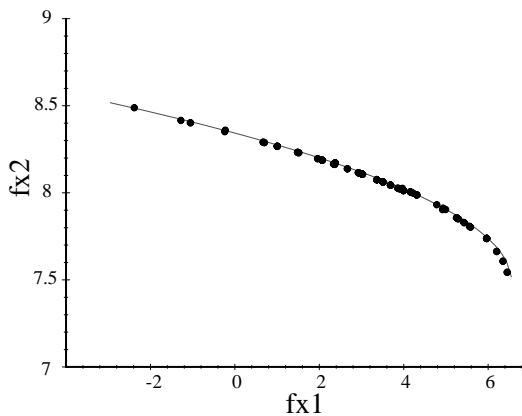


Fig. 4.14 Result of Example2 in Roulette and Elite and Sharing

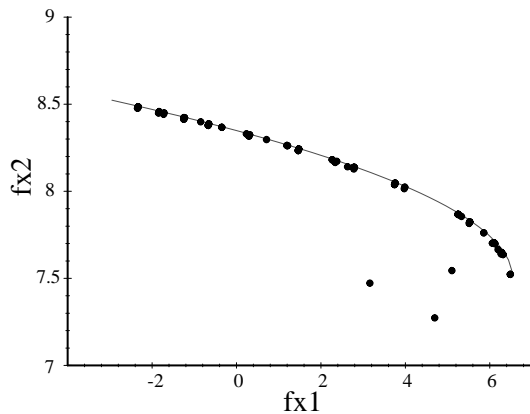


Fig. 4.15 Result of Example2 in Pareto Tournament

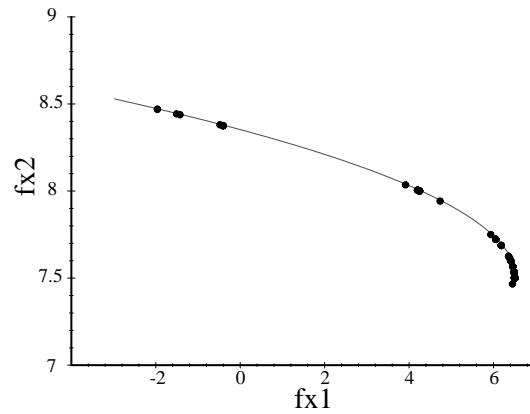


Fig. 4.16 Result of Example2 in VEGA

#### 4.4.3 考察

本節では 5.4, 5.5 節で示した例題 1, 例題 2 を解いた結果 Fig. 4.5 ~ Fig. 4.16 による考察を示す.

##### ルーレット選択

ルーレット選択を用いた場合には, 特に解の多様性を維持する機構は導入されていない. そのため, 得られるパレート最適解の分布にかなり偏りが見られる ( Fig. 4.5, Fig. 4.11 参照 ). また 30 世代までしか進めていないため, Fig. 4.5 ではパレート解へ収束しきれていない個体が幾つか残っているのが分かる.

##### ルーレット選択+シェアリング

ここでは, 特に解に多様性を持たせるための手法としてのシェアリングを用いている. そのため, 多様なパレート最適解が得られた ( Fig. 4.5, Fig. 4.6, Fig. 4.11, Fig. 4.12 参照 ). しかし, シェアリングの影響により解の多様性を重視しているため解への収束が遅くなっていることも分かる ( Fig. 4.5, Fig. 4.6, Fig. 4.11, Fig. 4.12 参照 ).

##### ルーレット選択+パレート保存戦略

ここではパレート保存戦略を用いているので, パレート最適解への収束がルーレット選択のみの場合と比較して速くなっているのが分かる ( Fig. 4.5, Fig. 4.7, Fig. 4.11, Fig. 4.13 参照 ). また, ここでは特に解への多様性を維持する機構は導入していないため, ルーレット選択の場合と同様, パレート最適解の分布に偏りがあるのが分かる ( Fig. 4.7, Fig. 4.13 参照 ).

##### ルーレット選択+パレート保存戦略+シェアリング

ここでは, 先ほどのルーレット選択+パレート保存戦略にさらにパレート最適解の分布が多様性を持つようにシェアリングを用いているため, 解がパレート解上に程よく広がっている ( Fig. 4.7, Fig. 4.8, Fig. 4.13, Fig. 4.14 参照 ). しかし, シェアリングの影響によりパレート解への収束がパレート保存戦略のみより遅れている個体が幾つか見られた.

##### パレート・トーナメント法

パレート・トーナメント法では, シェアリングを行っているため, 多様なパレート最適解が得られているが, 一方で解の進行が遅れているのが分かる. とくにルーレット選択での結果である Fig. 4.5

と、パレート・トーナメント法の結果である Fig. 4.9 を比較すると、その傾向が顕著に表れているのが分かる。ここで、Fig. 4.5 から Fig. 4.10 を比較した場合パレート・トーナメント法とルーレット選択+シェアリングが他の手法に比べより幅広い解を得ているのが分かる。さらにルーレット選択+シェアリングはパレート・トーナメント法より解への収束が良いことから、パレート・トーナメント法の利点があまりないように思えるが、パレート・トーナメント法は、少ない個体で比較を行うため計算負荷が軽いという利点を持っている。

#### VEGA

VEGA では各目的関数の最小近傍での解が得られている ( Fig. 4.10 , Fig. 4.16 参照 ) . ただし , 例題 1 , 例題 2 は問題自体が非常に容易であるため , VEGA 以外での手法においてもある程度各目的関数の最小近傍でのパレート最適解が求まっている . VEGA の利点としては , 問題の難易度が上がったときにおいて , 通常求まりにくいとされているパレート解の各目的関数の最小近傍 ( パレート解の端の部分 ) を求めることができることである .

### 4.5 離散問題における結果と考察

本節では離散問題として KTTP の結果を示し , その後に結果による考察の述べる .

#### 4.5.1 KTTP における結果

以下に京都観光問題を各手法で解いたときの結果を示す . Fig. 4.17 ~ Fig. 4.21 は順に ,

- ルーレット選択
- ルーレット選択+パレート保存戦略
- ルーレット選択+シェアリング
- ルーレット選択+パレート保存戦略+シェアリング
- パレート・トーナメント法

の結果である . 尚 , 図中の破線は各観光場所数を表している . 黒点が得られた解である . 例えば , Fig. 4.17 中の解  $( 1000 , \frac{1}{2} )$  は観光場所 2 箇所を巡回したときの距離が 1000 であることを表している . また Fig. 4.18 のみ , 横軸の範囲が  $0 \sim 3000$  となっている . VEGA ではパレート最適解を求めることが出来なかった . そのときの結果の様子を Fig. 4.22 , Fig. 4.23 に示す .

#### 4.5.2 ルーレット選択での結果と考察

ルーレット選択を 200 世代まで行った結果を Fig. 4.17 に示す . ルーレット選択を用いた場合での結果は良い結果が得られているように見えるが , 実際は観光場所数 9 , 観光場所数 10 での解が得られていないことが分かる ( Fig. 4.17 参照 ) . 連続問題での結果同様 , 解の多様性を維持する機能は組み込まれていないため , 広い範囲でのパレート解は得られなかった .

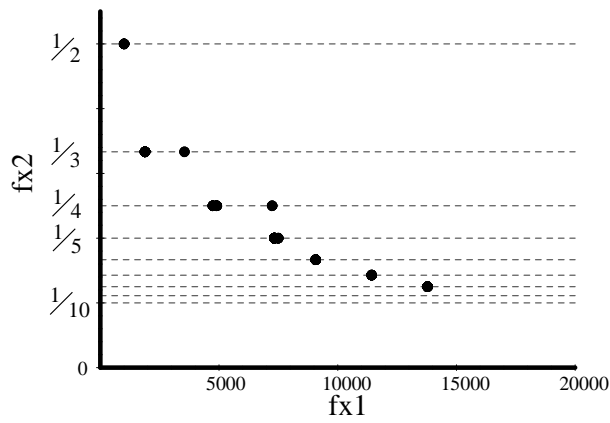


Fig. 4.17 Result of KTTP in Roulette

#### 4.5.3 ルーレット選択にシェアリングを組み合わせた場合での結果と考察

ルーレット選択にシェアリングを組み合わせた場合を 200 世代まで行った結果を Fig. 4.18 に示す。この図のみ横軸の範囲が 0 ~ 3000 となっている。これは解の収束が極端に遅れていることを示している。シェアリングを用いているのでルーレット選択の場合に比べ、解の多様性の面においては観光場所数が 9, 10 箇所での結果が得られている (Fig. 4.18 参照) ことから言えるが、シェアリングを組み合わせることで、解の収束が極端に遅れていることがわかる (Fig. 4.18 参照)。離散問題であるためランク 1 同士でのシェアリングが行われず、同じ観光場所数でのシェアリングが行われるため解の収束が極端に遅れると考えられる。つまり離散問題ではシェアリングは有効でないことが分かった。

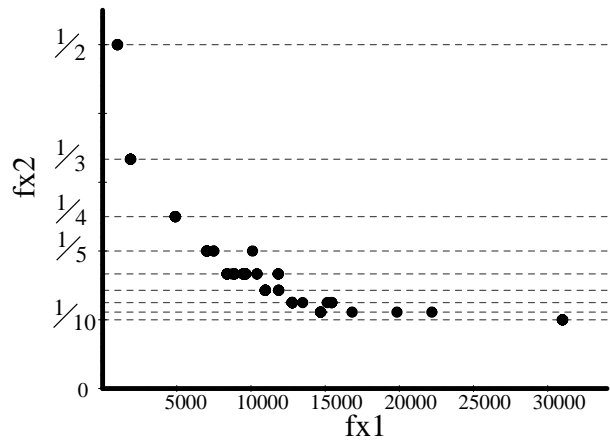


Fig. 4.18 Result of KTTP in Roulette and Sharing

#### 4.5.4 ルーレット選択にパレート保存戦略を組み合わせた場合での結果と考察

ルーレット選択にパレート保存戦略を組み合わせた場合を 200 世代まで行った結果を Fig. 4.19 に示す。ここでの結果はルーレット選択に比べてあまり良い結果が得られていないように見えるが、ルーレット選択では得られていない観光場所数が 9, 10 箇所での解が得られていること、良い結果が得られにくい観光場所数が 7 ~ 10 箇所ではルーレット選択のみの場合に比べてよい結果が得られていることが分かる (Fig. 4.17, Fig. 4.19 参照)。これは、パレート保存戦略ではランク 1 を確実に残していくため各観光場所数における結果が得られている場合は、通常解は消えることなく、解探索が進んで

いくためと考えられる。

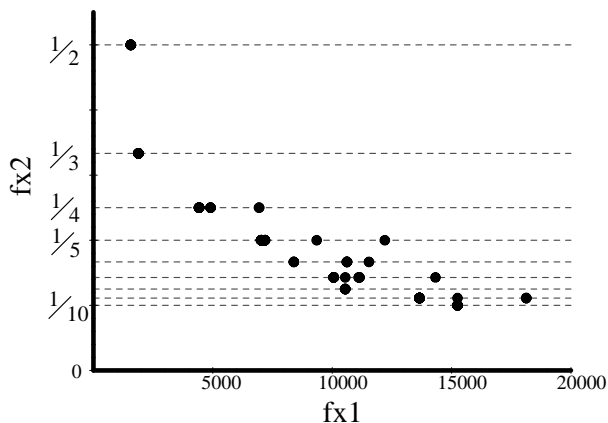


Fig. 4.19 Result of KTTP in Roulette and Elite

#### 4.5.5 ルーレット選択にエリート保存戦略とシェアリングを組み合わせた場合での結果と考察

ルーレット選択にエリート保存戦略とシェアリングを組み合わせた場合を200世代まで行った結果を Fig. 4.8 に示す。ここで、エリート保存戦略のみを用いた場合でも観光場所が1~10箇所の場合全て求まっているため ( Fig. 4.7 参照 ) シェアリングの効果はあまりないように思える。また、シェアリングを行うことでエリート保存戦略のみを用いた場合より解の収束が遅れていることが、観光場所数が7箇所での距離を比べてみると良く分かる ( Fig. 4.7 , Fig. 4.8 参照 ) 。これより、ここでも離散問題においてシェアリングが有効でないという結果を得た。

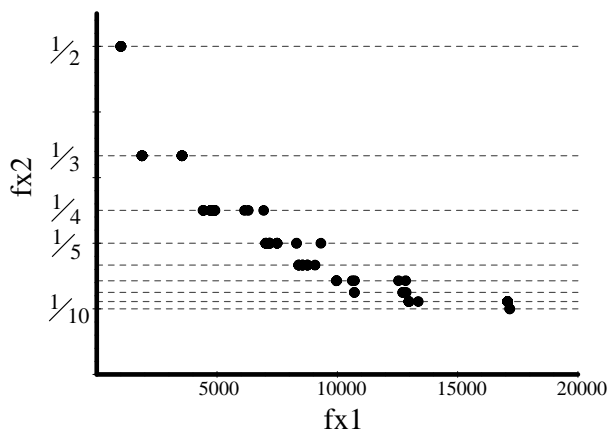


Fig. 4.20 Result of KTTP in Roulette and Elite and Sharing

#### 4.5.6 パレート・トーナメント法での結果と考察

パレート・トーナメント法を 200 世代まで行った結果を Fig. 4.21 に示す。パレート・トーナメント法においてもシェアリングを用いているためと、少ない個体での比較を行うという特性より解の探索はルーレット選択などに比べて遅れていることが分かる (Fig. 4.21 参照)。よって、パレート・トーナメント法も離散問題では有効な手法でないことが分かった。

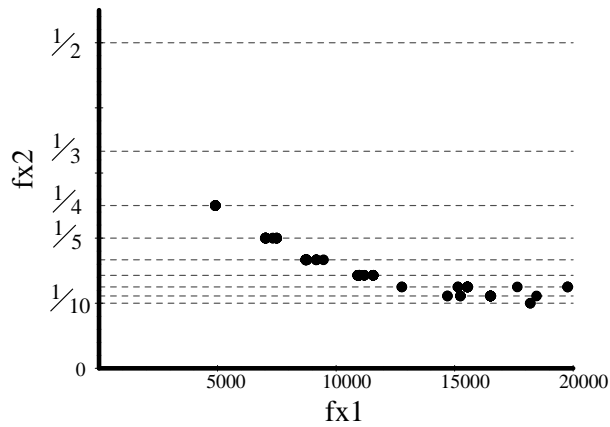


Fig. 4.21 Result of KTTP in Pareto Tournament

#### 4.5.7 VEGA での結果と考察

VEGA を 5 世代まで行った結果を Fig. 4.22 に、10 世代まで行った結果を Fig. 4.23 に示す。VEGA ではパレート解が得られなかった。これは Fig. 4.22 で、 $f_1$  でのランク 1 は数個あるだけであるが、 $f_2$  では観光場所数が 10 箇所の線上での個体は全てランク 1 となるため確率的に選んでも、数世代で Fig. 4.23 のように個体が観光場所数が 10 箇所の線上に収束してしまう。離散問題では VEGA はまったく有効ではないことが分かる。

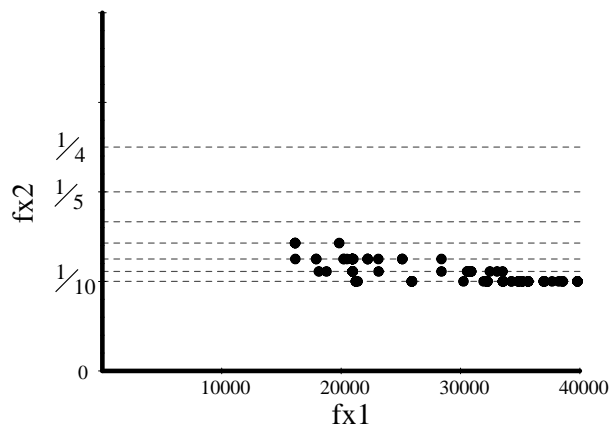


Fig. 4.22 Result of KTTP in VEGA



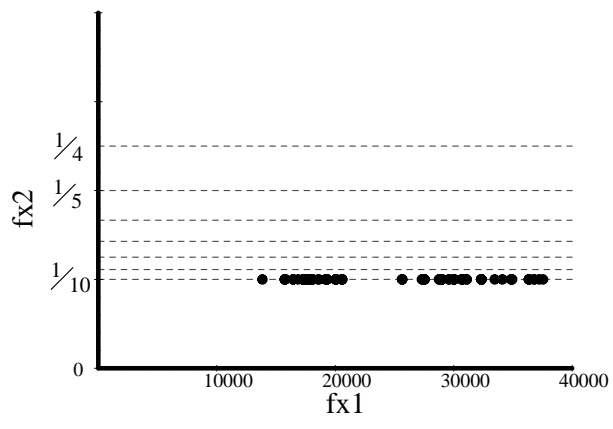


Fig. 4.23 Result of KTTP in VEGA

## 5 結論

本論文では、多目的 GA における各手法を連続問題、離散問題のテスト例題を用いて比較を行った。その結果、連続問題、離散問題における有効な手法、及びあまり有効でない手法の確認をおこなうことができた。

本論文によって得られた結果を以下に示す。

- 連続問題を用いて、各手法の比較を行った結果以下のことが言える。
  - ルーレット選択では偏りのある、収束もあまり良くない解を得た。
  - シェアリングを用いた場合では多様性のある良いパレート解を得ることが出来た。ただし、解の収束は遅くなった。またシェアリングを用いた場合計算負荷は高いと考えられる。
  - パレート保存戦略を用いた場合では解の収束が速くなった。ただし、解の多様性の面ではルーレット選択と同様一部偏りのある解となった。
  - パレート保存戦略とシェアリングを組み合わせた場合では解が速く収束し、さらに多様性のある良い解を得ることが出来た。
  - パレート・トーナメント法を用いた場合では多様性のあるパレート解は得られたが、解の探索が他の手法に比べ遅かった。ただし、計算負荷が軽いと考えられる。
  - VEGA を用いた場合では各目的関数の最小近傍付近での解が得られた。

以上より、連続問題ではパレート保存戦略とシェアリングを組み合わせた場合が最も良いと考えられる。しかし、それぞれの手法に利点があることから解く問題により用いる手法を変えることも有効な手段であると考えられる。

- 離散問題を用いて、各手法の比較を行った結果以下のことが言える。
  - ルーレット選択では、連続問題の場合と同様偏りのある、収束もあまり良くない解を得た。
  - シェアリングを用いた場合では解の多様性よりも、解の収束の遅さが目立つ結果となった。
  - パレート保存戦略を用いた場合では解の収束が速いことに加え、ランク 1 を残すという特徴から解の多様性をも同時に得られることがわかった。
  - パレート保存戦略とシェアリングを組み合わせた場合ではすでにパレート保存戦略で解の多様性は得られているのでシェアリングの効果は解の収束を遅らせるだけの結果となった。
  - パレート・トーナメント法を用いた場合ではこの手法の特徴としての解探索の遅さと、シェアリングの効果により良い結果が得られないことがわかった。
  - VEGA を用いた場合では VEGA の特徴よりパレート解を得られないことがわかった。

以上より、離散問題ではパレート保存戦略のみを用いた場合が最も良い手法であることが分かった。

今後の課題を以下に示す。

- 他の多目的 GA による手法を用いての比較
- 京都観光問題の観光場所数の増加
- 京都観光問題の観光場所間の現実的な距離の適用

本研究では、京都観光問題の対象として観光場所が 10 箇所を用いた。しかし、この観光場所の数では問題が非常に容易となり、各手法の比較においてもあまり差が生じない。そのため、今後は 50 箇所以上のより多くの観光場所の場合について実験を行っていく必要がある。

## 謝 辞

本研究を行うにあたり，多大なるご指導，そしてご協力をいただきました同志社大学知識工学科知的システムデザイン研究室の三木光範教授，廣安知之助手に心より感謝いたします．

また，本論文の執筆にあたり忙しい中，時間を割いて1つ1つ丁寧に指導いただいた同志社大学知的システムデザイン研究室の渡邊 真也さん，近藤 健史さんに深く感謝いたします．

そして同分野の研究ということでいろいろと手助けをしていただいた奥田 環さんを含め，知的システムデザイン研究室の皆さんに感謝いたします．

最後に毎朝早くに家を出，夜遅くに帰ってくる私を常に笑顔で迎えてくれ支えてくれた愛する妻 昌美とこれから生まれてくる子供に感謝いたします．

## 参考文献

- 1) 近藤健史. ビジュアライゼーションによる多目的 GA の解曲面精度の向上. 同志社大学理工学研究報告 Vol.41 No.2, 2000.
- 2) 三宮信夫, 喜多一, 玉置久, 岩本貴司. 遺伝アルゴリズムと最適化. 朝倉書店, 1998.
- 3) 坂和正敏, 田中雅博. 遺伝的アルゴリズム. 朝倉書店, 1995.
- 4) 玉置久, 森正勝, 荒木光彦. 遺伝的アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法. 計算自動制御学会論文集, Vol.31, No.8, P1185-1192, 1995.
- 5) 大林茂, 大山聖. 実数領域適合型進化アルゴリズムによる空力最適化. 2000.
- 6) 正, 大林, 佐々木, 竹口. 超音速と遷音速巡航の多目的空力最適化. 日本機械学会論文集, 1999.
- 7) 小野功, 立沢嘉浩, 小林重信. 遺伝的アルゴリズムによるレンズ系の多目的最適化. 光学シンポジウム資料, 1999.
- 8) Carlos A.Coello Coello. *An Updated Survey of Evolutionary Multiobjective Optimization Techniques:State of the Art and Future Trends*. 1999 Congress on Evolutionary Computation, pages 3-13, 1999.
- 9) Hajime Kita Hisashi Tamaki and Shigenobu Kobayashi. *Multi-Objective Optimization by Genetic Algorithms : A Review*. Proceedings of the 1996 International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'96), pages 517-522, 1996.