

# ハイブリッド 遺伝的アルゴリズムの分散の効果の検討

## Discussion of Distributed Effects of Hybrid Genetic Algorithms

南泰彦 (知的システムデザイン研究室)

Yasuhiko MINAMI (Intelligent Systems Design Laboratory)

**Abstract** This paper proposes the hybrid method of the Distributed Genetic Algorithm (DGA) for solving continuous problems. In this method, the DGA and the gradient method are combined. The Gradient method can rapidly converge to an optimum solution with only a small number of function evaluations. However, the solution is often a local optimum depends on the starting point, particularly when the function has many local optimum. GAs are effective methods at finding global optimum, but require many number of function evaluations. DGAs are effective methods to find solutions than Simple GAs (SGAs). At the same time, there are several problems that DGAs can't derive the optimum solutions. The proposed hybrid DGAs have the advantages of DGAs and conquer the problems. Through the several numerical experiments, it is concluded that the proposed distributed numbers of hybrid GA is an effective method for continuous problems.

### 1 はじめに

遺伝的アルゴリズム (以下 GA) は生物の進化を模倣した確率的多点探索手法であり [1], 近年の研究により GA を分散化させた分散遺伝的アルゴリズム (以下 DGA) が有効であることが知られている [2].

対象が連続値問題であるような場合には, 傾斜法 (GM) は最適解を求める手法としては有効である [3]. そのため, GA の後に GM を行う方法や GM の後に GA を行う方法は特に有効である [4].

本研究では新たな GA と GM のハイブリッドモデルを提案しその有効性を検討する. 本モデルでは単一母集団で GA を行うと初期収束が起こりやすいが, 分割母集団においては, 収束が早まり, かつ広域探索が行われるという特徴をもつ. 提案する手法をテスト関数や構造物の最適設計問題へ適用することでその有効性を示す.

### 2 分散 GA とそのメカニズム

#### 2.1 分散 GA

分散 GA は, GA の母集団を複数の分散母集団に分け, その分散母集団毎に遺伝的操作を行い, 一定期間毎に異なる分散母集団間でいくつかの個体の移住を行うというアルゴリズムである. 移住を行う世代間隔を移住間隔といい, 分散母集団の個体に対する移住する個体の割合を移住率という. 移住の概念を Fig.1 に示す. また, 分散 GA では, 移住先の分散母集団, 移住間隔, 移住率および移住する個体の選択方法を決定する必要がある. 移住先の分散母集団は, 移住間隔おきに毎回ランダムに選ぶ.

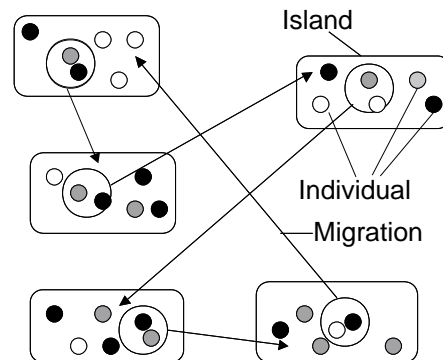


図 1: : Migration in DGA

#### 2.2 分散 GA のメカニズム

分散 GA は以下のようなメカニズムを持つことが知られている.

1. Fig.2 のようにある 1 島において, その島での優れた情報を持った個体と移住された別の優れた情報を持つ個体が交叉することにより, より優れた個体が生成される.
2. 母集団を分割することで各島当りの母集団サイズは減少し, 収束が速くなる.
3. 島ごとに分割し異なる解に収束するため, 全体としての多様性が維持される.

分散 GA においては上記 1-3 の特徴を加速させることにより効率的に解が求まると考えられる.

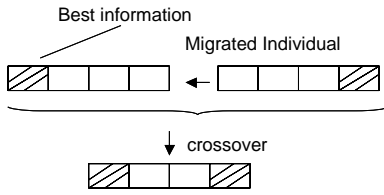


図 2: Effects by migration

### 3 適用したハイブリッド分散 GA

提案する手法では，母集団を複数のサブ母集団に分割し各島内では Fig.3 に示すようなハイブリッド GA を行う．すなわち，通常の GA を行っている際に，エリート個体の値が更新された場合は，そこを初期点として傾斜法を行い，更により解を求める．傾斜法として本研究では制約のない場合には BFGS 法を制約のある場合には SUMT 法 [5] を使用している．分散 GA は並列処理のために考え出されたモデルだが，本研究では逐次処理を行っている．

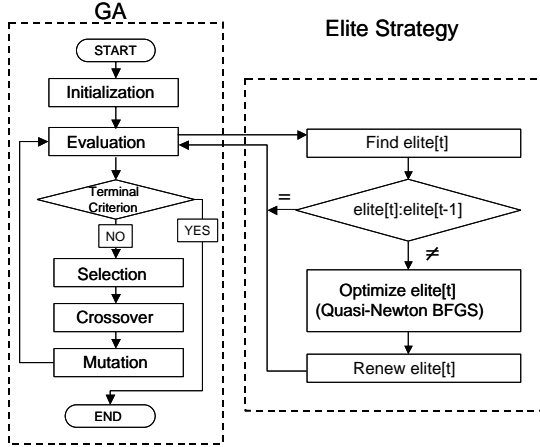


図 3: Structure of proposed Hybrid GA

## 4 数値計算例

提案する手法の有効性を示すために以下のような対象問題に適用する．すなわち，設計変数間に依存がない関数，設計変数間に依存がある関数，制約のある問題として，構造物の最適設計問題としてトラス構造物の体積最小化問題を取り上げる．

### 4.1 対象問題

#### 4.1.1 Rastrigin 関数

式 (1) で示される関数は Rastrigin 関数と呼ばれ，設計変数間に依存がない代表的な関数である．座標  $(0, \dots, 0)$  で最小値 0 をとり，その格子状に複数の準最適解をもつ．

$$F1(x) = 10N + \sum_{i=1}^N [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad (1)$$

$$(-5.12 \leq x_i \leq 5.12)$$

#### 4.1.2 Rosenbrock 関数

式 (2) で示される関数は Rosenbrock 関数と呼ばれ，設計変数間に依存関係がある関数である．座標  $(1, \dots, 1)$  で最小値 0 をとる．

$$F2(x) = \sum_{i=2}^N [100(x_1 - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \quad (2)$$

$$(-2.048 \leq x_i \leq 2.048)$$

#### 4.1.3 Ridge 関数

式 (3) で示される関数は Ridge 関数と呼ばれ，設計変数間に依存関係がある関数である．座標  $(0, \dots, 0)$  で最小値 0 をとる．

$$F3(x) = \sum_{i=1}^N (\sum_{j=1}^i x_j)^2 \quad (3)$$

$$(-64 \leq x_j \leq 64)$$

#### 4.1.4 Griewank 関数

式 (4) で示される関数は Griewank 関数と呼ばれ，設計変数間に中程度の依存関係がある関数である．座標  $(0, \dots, 0)$  で最小値 0 をとる．

$$F4(x) = 1 + \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^N \left( \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \right) \quad (4)$$

$$(-512 \leq x_i \leq 512)$$

#### 4.1.5 トラス構造物体積最小化問題

本研究では，工学問題として Fig.4 に示すような 6 節点 10 部材のトラス構造物を最適化の対象とした．目的は構造物全体の体積の最小化である．また，各設計変数は各部材の体積である．1 部材断面積あたり 14 ビットを使用し，定義域は  $0.001 \sim 16287.6 \text{mm}^2$  とした．ビット長は，140 ビットで表され，GA で最小化すべき評価関数を式 (5) に示す．また，傾斜法で使われる関数を式 (6) に示す．傾斜法では，定義域を考慮されないために定義域もペナルティとして与える必要がある．

$$F5(x) = w_v \times V + r^{(k)} \sum_{j=1}^m \{P_G + P_L + P_H\} \quad (5)$$

$$H(x) = w_v \times V + r^{(k)} \sum_{j=1}^m \{\tilde{g}_j(x, \varepsilon^{(k)}) + P_G + P_L + P_H\} \quad (6)$$

$$\tilde{g}_j(x, \varepsilon^{(k)}) = \begin{cases} 0 & (g_j(x) \geq \varepsilon^{(k)}) \\ \frac{1}{\varepsilon^{(k)}} \left\{ \left( \frac{g_j(x)}{\varepsilon^{(k)}} \right)^2 - 3 \left( \frac{g_j(x)}{\varepsilon^{(k)}} \right) + 3 \right\} & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$P_G = w_d \times d_j^2 \quad \text{if } (d_j > d^*) \quad (7)$$

$$P_L = w_L \times \left\{ \frac{L_j}{L_j^*} \right\} \quad \text{if}(L_j > L_j^*) \quad (8)$$

$$P_H = w_H \times \left\{ \frac{\sigma_j}{\sigma^*} - 1 \right\} \quad \text{if}(\sigma_j > \sigma^*) \quad (9)$$

また、ペナルティパラメータ  $r^{(k)}$  と  $\varepsilon^{(k)}$  は、次式で計算される。

$$r^{(k)} = \gamma r^{(k-1)} \quad \varepsilon^{(k)} = \varepsilon^{(k-1)} (\gamma)^a \quad (10)$$

パラメータは経験的に、 $a=0.45, r^{(0)}=10, \gamma=0.2, \varepsilon^{(0)}=0.05$  とした。ここで、 $V$  はトラス構造物の総体積、 $w_v, w_d$  は重み係数、 $d^*$  は節点 6 の変位の上限值、 $P_G, P_L$  はそれぞれ全体制約と局所制約に関するペナルティ関数である。 $\sigma_j$  は引張強度、 $L_j$  は部材  $j$  の座屈荷重である。 $\sigma^*$  の値は 40MPa とし、 $d^*$  の値は 0.003m であり、 $w_v, w_d, w_L$  および  $w_H$  は経験的に  $10^3, 10^5, 10^5, 2 \times 10^5$  とした。全体制約条件はトラス構造物全体に関わる制約条件で、節点 6 の変位がより小さいならペナルティは 0、 $d^*$  以上であれば変位の 2 乗の  $w_d$  倍がペナルティとして課せられる。局所制約は、圧縮または伸長に関する条件を満たしていない部材の数がペナルティとなる。

#### 4.2 GA のパラメータ設定

各問題において提案したパラメータを Table 1 に示す。コーディングはグレイコードを用い、交叉は一点交叉、選択にはルーレット選択で、このときエリート保存戦略を行った。終了条件は探索が行われなくなったときとする。つまり、最高適合度が何回か更新されないときを終了条件とした。ここでは、経験的に Table 1 のような世代を設定した。

表 1: GA parameters settings

Parameter	F1	F2	F3	F4	F5
Dimension	10	4	10	10	10
Population size	400				
Chromosome(L)	100	48	70	100	140
Crossover rate	0.6				
Mutation rate	1/L				
Island size	8				
Migration rate	0.4				
Migration interval	4				
Terminal criterion	300	200	300	300	400

#### 4.3 実験結果と考察

提案する手法による各問題の結果を次に示す。SGA, SGA+傾斜法 (SGA# で表す), DGA, DGA+傾斜法 (DGA# で表す) の各手法で各クラスの問題を解いた。ただし、すべて 30 試行の平均となっている。

#### 4.3.1 Rastrigin 関数

10 設計変数の Rastrigin 関数を解いた結果は Table 2 のようになった。

表 2: The Results for the Rastrigin Function

	Last Generation	Function Evaluations	Fitness Value
SGA	1750	700160	-0.3977
DGA	958	383440	-0.0013
SGA#	551	222280	-0.9998
DGA#	366	163381	-0.0000

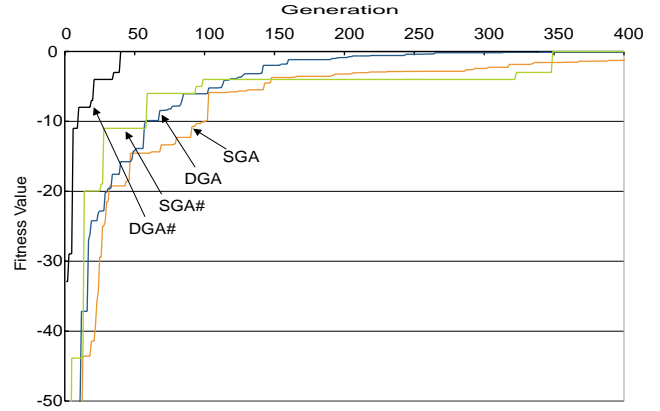


図 4: Comparison of fitness value for Rastrigin Function with 4 approach

Table 2 から分かるように Rastrigin 関数では単一母集団を複数の母集団に分けて GA を行うほうがすべての項目に対して単一母集団よりも上回る結果となっている。また、SGA+傾斜法では試行の約 2/3 は最適解 0 に収束したが、残りの約 1/3 が初期収束により局所解に陥ってしまったため適合度の値が大きくなってしまった。しかし、DGA# では解がもたまっている。これは母集団を複数の島に分けることにより、多様性を維持し、初期収束を防ぐと考えられる。このことから、傾斜法を組み合わせた GA では単一母集団の場合には初期収束の恐れがあるが、分散母集団の場合には多様性は維持され、より良い解が求まるといえる。

また、Fig.5 は Rastrigin 関数における各手法の 1 試行最高適合度の履歴を示す。このように、効率よく解探索が行われていることを示している。

#### 4.3.2 Rosenbrock 関数

Rosenbrock 関数の結果を Table 3 に示す。

Table 3 より、個体数が少ない場合は通常の GA では解けない問題であることがわかる。また、分散させても解は求まっていないので、このような単峰性の関数で設計変数間に依存がある場合にはハイブリッドの手法が最も良い結果となった。このように、Rosenbrock 関数

表 3: The Results for the Rosenbrock Function

	Last Generation	Function Evaluations	Fitness Value
SGA	1073	429306	-0.0826
DGA	1149	459786	-0.0387
SGA#	200	81361	-0.0000
DGA#	200	92626	-0.0000

は GA にとって不向きな関数であるといえる。しかしながら、傾斜法を組み合わせた手法において解が求まっている。

#### 4.3.3 Ridge 関数

次に Ridge 関数の結果を Table 4 に示す。

表 4: The Results for the Ridge Function

	Last Generation	Function Evaluations	Fitness Value
SGA	1234	493667	-325
DGA	1412	564787	-110
SGA#	304	122844	0
DGA#	304	129148	0

Table 4 より、Rosenbrock 関数と同様の結果が得られていることから、傾斜法を組み合わせた手法が有効であると言える。

#### 4.3.4 Griewank 関数

Griewank 関数の結果は Table 5 のようになった。

表 5: The Results for the Griewank Function

	Last Generation	Function Evaluations	Fitness Value
SGA	1373	549067	-0.3702
DGA	1221	488307	-0.1798
SGA#	312	125879	-0.1987
DGA#	312	92626	-0.0000

Griewank 関数は中程度の依存関係をもつ多峰性の高い関数であるが、Table 5 より DGA+傾斜法においてのみ最適解が求まっている。

#### 4.3.5 トラス構造物体積最小化問題

トラス構造物体積最小化問題の結果を Table 6 に示す。この表からもわかる通り、SGA+傾斜法では終了世代は早い解が求まっておらず初期収束したものと考えられる。一方、DGA や DGA+傾斜法では良好な解が得られているが、DGA の方が多少良い解が求まっている。Fig.7 にある 1 試行の世代数に対するトラス構造物の体

積変化を示す。ただし、ここで得られる傾向はその他の試行でも同様であった。この図からもわかるように、DGA+傾斜法の方が DGA と比較して早く解が求まっている。今回の実験では終了条件を厳しく設定したために得られる解の値は DGA の方が良いと考えられるが、探索効率の面から DGA+傾斜法が優れていると言える。よって、トラス構造物最小化問題においても、DGA+傾斜法は非常に有効な方法であると言える。

表 6: The Results for the Truss Structure Optimization Problem

	Last Generation	Function Evaluations	Total Volume ( $m^3$ )
SGA	5073	2029467	0.001014
DGA	4788	1915547	0.000942
SGA#	3175	1280949	0.001116
DGA#	3652	1572541	0.000947

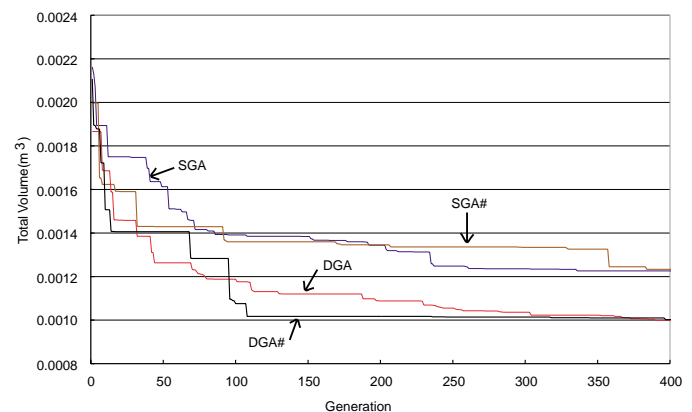


図 5: Comparison of total volume for Truss Function with 4 approach

このように、今回提案したハイブリッド GA は解探索が効率よく行われていることを示している。

#### 4.4 分散における効果

分散による効果を見るために、解が既知とされる F1 から F4 の問題において分散による解探索能力の比較を行った。Table 5 では、すべて 30 試行行ったときの解が求まった試行数を表す。

これからわかるように、連続関数問題では、GA の個体数が十分でない場合、傾斜法が極めて有効である。かつ、多峰性があるような問題においては GA が有効であるので、本研究で提案してる分散ハイブリッド GA は非常に有効な手法であるといえる。

表 7: Comparison of solution search performance

	F1	F2	F3	F4
SGA	8/30	0/30	0/30	0/30
DGA	28/30	0/30	0/30	0/30
SGA#	19/30	30/30	30/30	6/30
DGA#	30/30	30/30	30/30	30/30

## 5 結言

本論文では、傾斜法を組み合わせた分散遺伝的アルゴリズムのハイブリッドな手法を提案し、その有効性を検討した。通常の GA を分散化させるよりもハイブリッド GA の分散化が効果が高いことを示し、これまで分散 GA が解きにくいとされていたクラスの問題に対しても有効であることを示した。

## 参考文献

- [1] 三宮信夫『遺伝的アルゴリズムと最適化』朝倉書店 (1998).
- [2] 三木光範, 畠中一幸『並列分散 GA における計算時間の短縮と解の高品質化』日本機械学会第 3 回最適化シンポジウム講演論文集, pp.59-64.
- [3] 鈴木誠道『数値計算法』オーム社 (1994).
- [4] S. Hernández, C.A. Brebbia『Computer Aided Optimum Design of Structures V』CMP, pp.257-266(1997).
- [5] 前野拓也他『数理計画法の応用<実際編>』産業図書 (1981).