資源追加削減法の概略

The Contents Of DORAR

森　俊明（知的システムデザイン研究室）
Toshiaki MORI (Inteligent System Design Laboratory)

Abstract In recent year it is di±cult for us to manage the system, With the large-scaled system. So, by we distribute the system among some subsystems, the management of system becomes easier. Baced on this contents Distributed Optimization by Resource Addition and Reduction method have been proposed. I want to say an algorithm and a characteristic of DORAR method.

1　はじめに

近年システムの大規模化に伴ない，システム全体を把握しコントロールすることが，極めて困難になっている．このことに対処するため，自律分散システムという概念が考えられた．この概念に基づき，考案された最適化手法の１つが資源追加削減法 (Distributed Optimization by Resource Addition and Reduction method) である．

また，最適化アルゴリズムそのものの並列化の研究は少ない．ここでは，最適化手法の 1 つである DORAR 法の並列の仕組を述べ，2 変数の線形問題に適用する．

2　自律分散システム

自律分散システム[1] とは，システム全体を規模の小さいサブシステムで構成することで，耐故障性，及び柔軟性を向上させることが目的であり，それぞれのシステムが自律的に挙動するシステムである．各サブシステムが自律しているため，故障が生じても他のサブシステムは安定であり，またシステム全体の目的に応じてサブシステムを追加・削減・交換することができるので柔軟に扱える．ネットワーク，会社の組織構造等が自律分散システムに該当すると考えられる．図 1 がその概念図である．

図 1: 自律分散システムの概念図

3　資源追加削減法の概要

資源追加削減法[2](DORAR 法) は，システムを構成する離散的な各要素が，要素に関する情報を頼りに，要素の持つ知識のみで，自律的に挙動し，その結果としてシステム全体がより最適な方向へ近づくという考えである．

3.1　対象とする問題とそのアプローチ

対象問題は，離散的な要素を有するシステムの最適資源配分問題とし，連続的な実数値を設計変数とし資源とする．各要素は資源の和で表され，資源の最小化が目的である．

システムには要求される制約条件があり. 複数の局所制約条件と複数の全体制約条件に分けられ，式で示すと次のようになる．

$$\text{Minimize } R = \sum_{i=1} R_i \tag{1}$$

$$\text{Subject to } g_{ik} \leq 0 \quad (i = 1, \ldots N; k = 1, \ldots n_i) \tag{2}$$

$$G_j \leq 0 \quad (j = 1, \ldots, m) \tag{3}$$

ここで，R は資源，g は局所制約条件，G は全体制約条件，N は要素数である．そして，システムの各要素が，それ自身に関係する情報と局所的なルールを基にして，それ自身の資源を変化させる．このプロセスの繰り返しによりシステム全体の最適化を達成する．各要素が局所的に利用できる情報は以下で示す.

$$g_{ik} \quad (k = 1, \ldots n_i) \; ; \; G_j \quad (j = 1, \ldots m) \tag{4}$$

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial R_i} \; ; \; \frac{\partial G_j}{\partial R_i} \tag{5}$$

ここでg_{ik}, G_j, $\frac{\partial g_{ik}}{\partial R_i}$, $\frac{\partial G_j}{\partial R_i}$ はそれぞれの要素の局所制約，システム全体制約，及びそれらの制約のその資源 R_i に関する感度情報である．ここで感度が高い要素とは，その条件に対する影響が大きいことを意味し，システムの中でその制約条件を満たすために必要度が高いことを意味する．

3.2　資源追加削減法のアルゴリズム

最適化の原理は単純で，資源に余裕があれば削減し，その後微少資源を追加するというもので，そのアルゴリズムは以下の手順で示される．また，アルゴリズムのフローチャートを図 2 に示す．

［1］各要素が自身に与えられた局所制約条件に関する資源余裕を見積もる．要素 i の j 番目の局所制約条件に関する資源余裕は (6) で与えられる．

$$R_{mi}^{g_{ij}} = \left(\frac{g_{ij}}{\frac{\partial g_{ij}}{\partial R_i}} \right) \tag{6}$$

［2］各要素がシステムに与えられた全体制約条件に関する資源余裕を見積もる．資源 R_i の j 番目の全体制約条件 G_j に関する資源余裕は (7) で与えられる． αは，要素数の逆数 ($1/N$) を用いる．N は要素数である．

$$R_{mi}^{G_{ij}} = \alpha \times \left(\frac{G_j}{\frac{\partial G_j}{\partial R_i}} \right) \tag{7}$$

［3］その要素の局所資源余裕と全体資源余裕の最小値をその要素の臨界資源余裕とし，各要素は臨界資源余裕を削減する．要素 i の臨界資源余裕は (8) で表される．この処理を資源削減処理と呼ぶ．

$$R_{mi}^{(k)} = \mathrm{Min}\left(R_{mi}^{g_{ij}} \; ; \; R_{mi}^{G_j} \right) \tag{8}$$

［4］各要素に微小な資源を付加する．付加する量は削減処理後の総資源量に比例する．この処理を微小資源追加処理と呼ぶ．

$$\Delta R = r_{add} \times \sum_{i=1} R_i \tag{9}$$

［5］［1］から［4］を繰り返すことにより最適解を得る．

以上のアルゴリズムによる解が最適解であることの幾何学的証明は，目的関数，制約条件が線形の場合に限り行われている．

図 2: フローチャート

3.3　並列処理の仕組

要素をプロセッサに割当て，各プロセッサは割当てられた要素に課せられた局所制約条件に資源余裕を求める．その後，得られた資源余裕を他のプロセッサに通信し，また，他のプロセッサからその要素の資源余裕の情報を得る．これらの処理は離散的な要素が自律分散的に挙動が可能であるから，並列処理に適しているといえる．

3.4　収束の保証

ここでは，2 変数の平面における最適解と制約条件の位置関係を説明する．設計点の収束状況を図 3 に示す．

解の収束は資源削減ベクトル $P_i - P_j$ と追加ベクトル $P_j - P_i$ とが逆向きで大きさが等しくなったとき生じる．このとき削減ベクトル $P_i - P_j$ は追加ベクトル $P_j - P_i$ が等しくなるので設計点は P_i に留まる．さらに線分 $Q_a - S_a$ は資源等高線と傾きが等しくなり，$P_j - P_i$ の長さが短くなると，線分 $Q_a - S_a$ は最適解 OPT を通る資源等高線に漸近し，P_i は最適解 OPT に漸近する．

この後追加ベクトル $P_j - P_i$ を低減させると解の制度の向上が期待できる．

4　線形計画問題への適用

DORAR 法の特徴の一つとして，初期点の設定によって計算回数は大きく変わることが上げられる．計算回数

図 3: 設計点の収束

図 4: 3 点の収束過程

とは，解への収束過程において，ある点から次の点へ移るときの資源削減処理・追加処理の 1 つの工程を計算回数 1 回とする．

以下では，具体的な線形問題に適用することで，初期点と計算回数の関係を調べる．

4.1 対象問題

DORAR 法による初期点の依存性を調べるための対象問題は，2 変数線形問題とし，次のように設定する．

$$\text{Minimize} \quad R1 + R2 \qquad (10)$$

$$\text{Subject to} \quad 4R1 + 5R2 > 12 \qquad (11)$$

$$6R1 + R2 > 16 \qquad (12)$$

上記の最適解は R1 = 2.615，R2 = 0.307 となる．

4.2 DORAR 法の適用

計算回数を比較するため，図 4 のように初期点を可能領域上の 3 点 A，B，C とする．またパラメータの設定は，資源追加処理における資源追加量 (¢R) は，総資源量の 0.1%とする．

3 点 A，B，C の軌跡は図 4 に示した．異なった初期点にもかかわらず得られた収束解は 3 点いずれも R1 = 2:621, R2 = 0:309 と同一の結果になった．これは最適解と一致する．また 3 点 A，B，C それぞれの計算回数は 1043 回，54 回，435 回となり，初期点によって異なる結果となった．

図 4 の A，B，C のように収束までの計算回数は制約条件によって大きく異なってくる．これは制約条件に張り付く段階の違いによって生じると考えられる．設計点が制約条件に張り付くと，資源削減・追加処理の繰返しというアルゴリズムの原理上，計算回数の増大は避けられないことである．

5 まとめ

本発表では，DORAR 法とは，自律分散システムの概念に基づいて考案された最適化手法の 1 つであり，並列処理に親和性があることを述べた．また，実際に 2 変数線形計画問題に適用して考察し，収束速度に関して初期値依存があることを確認した．

今後の課題として，非線型計画問題の 1 つであるトラス構造物最適課問題に DORAR 法を適用し，検証する．

参考文献

[1] 新誠一，池田建司，湯浅秀男，藤田博之著
『自律分散システム』(朝倉書店，1995)

[2] 三木光範，池田大樹著
『資源追加削減法による離散システムの最適化』
同志社大学理工学研究報告書 (1995)

[3] 三木光範著
『並列分散最適化のためのアルゴリズム』
情報処理学会並列処理シンポジウム
JSPP'98（1998）