

# 多目的 GA の単目的最適化問題への適用

石田 裕幸

## 1 はじめに

代表的な最適化手法の 1 つに、生物の進化を模倣した確率的探索手法である遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm:GA) がある。GA は優れた最適化手法として知られているが、早熟収束によって局所解に収束するといった問題が存在する。そのため、評価指標を改善するだけでなく、早熟収束を防ぐ幅広い探索を行うメカニズムを組み込む必要がある。そこで、本研究では、評価指標の改善 (収束性) に加え、幅広い探索 (多様性) をもう 1 つの評価指標として捉え、多目的最適化の概念を取り入れる。単目的最適化問題を、収束性、多様性という 2 目的の多目的最適化問題としてとらえることにより、収束性と多様性を加味した探索方法を提案する。

## 2 遺伝的アルゴリズムの課題

単目的最適化問題を GA で探索する場合、Fig.1(a) のように、1 つの局所解付近に個体群が収束してしまうことが多い。早熟収束による局所解への収束を防ぐには、Fig.1(b) のような多様性のある探索が必要となる。そこ

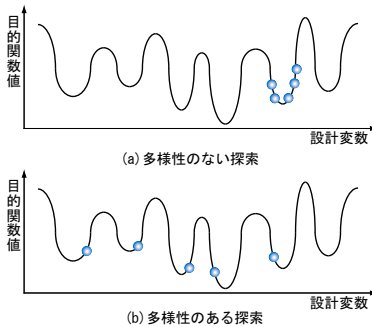


Fig.1 多様性のある探索の必要性 (出典：自作)

で、早熟収束を防ぐため、多様性という評価指標を加え、多目的最適化問題とする。そして、多目的遺伝的アルゴリズム (多目的 GA) を適用することにより、多様性のある探索を実現する。

## 3 多目的遺伝的アルゴリズム

一般に多目的最適化問題は、 $k$  個の互いに競合する目的関数  $f_i(x)$  を、 $m$  個の不等式制約条件の下で最小化 (最大化) する問題として定義される。多目的最適化問題では、一般に目的関数間にトレードオフの関係があるため、全ての目的関数を同時に最適化することはできない。そのため、多目的最適化問題では、唯一の解 (他のどの解にも優越する解) が存在しない場合が多く、パレート最適解集合\*1 を導出することが重要になる。パレート最適解を

\*1 ある目的関数の値を改善するためには、少なくとも他の 1 つの目的関数の値を改善せざるを得ない解の集合

求める手法として、GA を多目的最適化問題に適用した多目的 GA が用いられることが多い。GA は多点探索という特徴を有するため、多目的最適化問題に適用した場合、多目的最適化問題において重要なパレート最適解を一度の探索で導出することが可能である。そのため、GA を用いた多目的最適化手法の開発が数多くなされており、代表的な手法としては、NSGA-II<sup>1)</sup> や SPEA2<sup>2)</sup> などがある。

## 4 多目的 GA の単目的最適化問題への適用

収束性のための目的関数を  $f_1(\vec{x})$ 、多様性のための目的関数を  $f_2(\vec{x})$  とする。

$$\begin{aligned} \min f_1(\vec{x}) &= F(\vec{x}) \\ \min f_2(\vec{x}) &= -\sqrt{\sum_i^{dim} (x_i - x_i^{(elite)})^2} \end{aligned}$$

ただし、 $F(\vec{x})$  は元の単目的最適化問題の目的関数で、 $f_2(\vec{x})$  は Fig.2 のように、設計変数空間における  $x^{(elite)}$  からの距離を表す。 $x^{(elite)}$  は、母集団内で  $F(\vec{x})$  が最良値を示す個体である。

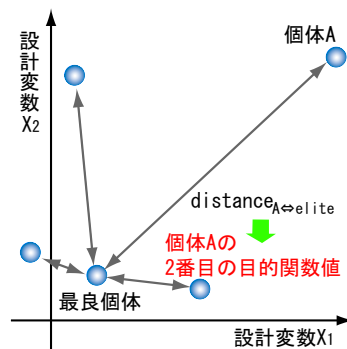


Fig.2 多様性を実現するための目的 (出典：自作)

## 5 数値実験

本実験では、収束性と多様性について検討する。

### 5.1 収束性の検討

#### 5.1.1 実験計画

テスト関数に 10 次元の Rastrigin 関数、Ridge 関数を用いて、単目的適用 NSGA-II と、それぞれのテスト関数において最も良好な探索性能を示した島数 (Rastrigin では 10 島、Ridge では 2 島) の ga2k とを比較した。NSGA-II と ga2k に用いたパラメータは Tabel.1 である。単目的適用 NSGA-II を用いた予備実験では、アーカイブサイズが小さい場合に良好な探索性能を示したので、探索母集団サイズよりもアーカイブサイズを小さく設定した。

Table1 性能比較に用いたパラメータ (出典：自作)

探索アルゴリズム	NSGA-II	ga2k
探索母集団サイズ	400	—
アーカイブサイズ	40	—
エリートサイズ	—	1
遺伝子長	100	—
突然変異率	0.01	—
交叉手法	2点交叉	—
トーナメントサイズ	2	4

### 5.1.2 実験結果

#### ● Rastrigin 関数

Rastrigin 関数における NSGA-II と ga2k の探索性能の結果は Fig.3 である。NSGA-IIは ga2k と比較して収束が著しく遅い。

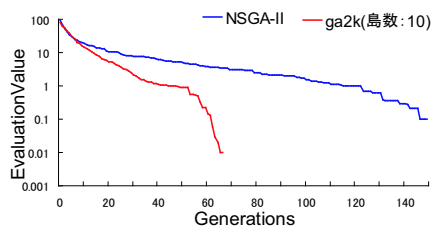


Fig.3 Rastrigin 関数における性能比較 (出典：自作)

#### ● Ridge 関数

Ridge 関数における NSGA-II と ga2k の探索性能の結果は Fig.4 である。NSGA-IIは、ga2k と比較して収束が著しく遅い。

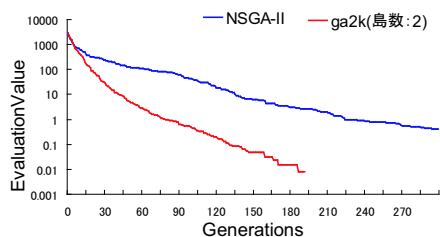


Fig.4 Ridge 関数における性能比較 (出典：自作)

### 5.2 多様性の検討

#### 5.2.1 実験計画

探索の特徴を視覚的に確認するために、2次元の Rastrigin 関数、Ridge 関数を対象問題として、NSGA-II の探索過程の可視化を行い、鳥数1の ga2k (SGA) と比較した。ただし、確認し易くするため、探索母集団サイズは40、アーカイブサイズは40とした。

#### 5.2.2 実験結果

#### ● Rastrigin 関数

Rastrigin 関数における探索過程の比較結果は Fig.5 である。縦軸、横軸はそれぞれ設計変数の値で、本来の目的関数値をモノクロの濃淡で表現した (白が値が低く、黒が値が高い)。探索過程から、NSGA-II のアーカイブ母集団の方が、SGA の母集団よりも、1つの局所解付近に収束することなく、分散していることが分かる。また、単に分散しているのではなく、複数の局所解付近に分散している。

#### ● Ridge 関数

Ridge 関数における探索過程の比較結果は Fig.6 である。探索過程から、NSGA-II のアーカイブ母集団

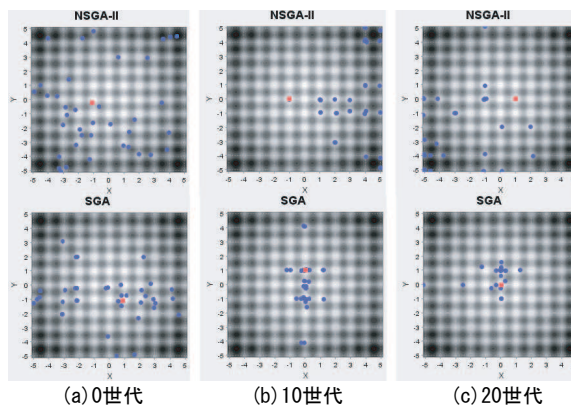


Fig.5 Rastrigin 関数の探索過程 (出典：自作)

の方が、SGA の母集団よりも、分散はしているが、最適解付近 (中央) には個体が少ないことが分かる。

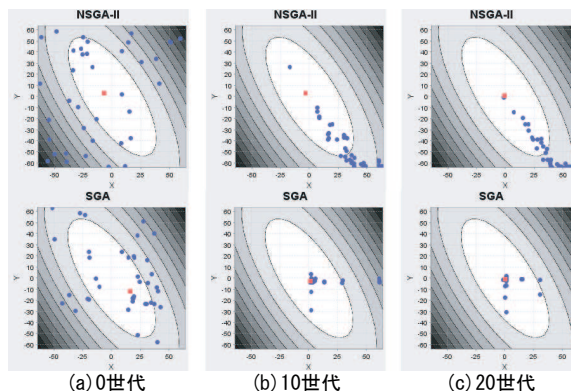


Fig.6 Ridge 関数の探索過程 (出典：自作)

## 6 今後の課題

本報告では、GA の早熟収束の問題を解決するため、単目的最適化問題を、評価指標を改善する収束性と、早熟収束を防ぐ多様性の2目的の多目的最適化としてとらえ、代表的な多目的 GA である NSGA-II を適用する探索方法を提案した。数値実験より、単目的適用 NSGA-II を用いると、多様性のある探索は可能だが、探索性能は低くなった。その理由として、探索終盤においても多様性を維持し続けることにより、局所探索能力が低くなる事が考えられる。従って、今後の課題として、多様性と集中のバランスについて検討し、それに伴って局所探索能力を向上させる。

### 参考文献

- 1) Kalyanmoy Deb, Samir Agrawal, Amrit Pratab, and T. Meyarivan, A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II", KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India
- 2) E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. In Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, 2001.