

構造物の位相最適化問題への遺伝的アルゴリズム適用の検討

梶原 広輝

1 はじめに

構造形態の最適化を行うためには、構造物の形状のみならず位相 (トポロジー) を最適化する必要がある。一般的に構造物の位相最適化問題は、種々の制約条件のもと体積を最小化する問題として捉えられている。構造物の位相を最適化する最も代表的な手法として、構造から効果のない材料を序々に取り除くことによって構造形態を最適化する、進化的構造最適化 (Evolutionary Structural Optimization: ESO)¹⁾ が挙げられる。ESO は「不要な部分を破棄する」という単純な過程を積み重ねることにより最適形態を求めるものであり、構造最適化計算のための特別な工夫を要しないという点で拡張性と汎用性を持つ優れた手法である。その他には、成長のメカニズムを含めたモデルをセルオートマトンを用いて表現し、構造形態の最適化へ適用するニューロンモデル^{2) 3)} や、設計対象領域を周期性を有する多孔質材料とし、そのマイクロ構造の穴の大きさや角度を設計変数とする均質化法⁴⁾、均質化法を簡略化し材料特性を密度のべき乗関数に比例するとした密度法⁵⁾、前述の ESO に等応力線を導入し有限要素の復活を可能にした拡張 ESO^{6) 7)} などが挙げられる。

一方、生物の進化と自然淘汰を工学的に模倣した最適化モデルとして遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA)⁸⁾ がある。GA は複数の制約条件を持つ多峰性の強い最適化問題に対して、局所的最適解に陥ることなく大域的最適解が得やすい手法とされている。そのため、構造物の位相最適化問題に適用することで、従来の構造物の位相を最適化する手法と同等、もしくはそれ以上の効果が得られると考える。構造物の位相最適化問題へ GA を適用する際には、対象問題をモデル化するためのコード化や親個体の良質な形質を継承するための交叉方法、良好な解が次世代へ残りやすくなるための適合度決定方法、変位や応力に対する制約条件の取り扱い等を、適切に考慮する必要がある。

本研究ではコード化として、1 構造物を 1 個体として表現することで有限要素を遺伝子にコード化する。これは個々の有限要素ごとに存在の有無を示す指標を割当てることで、構造物の位相を決定する方法であり、極めて単純であり構造物の位相最適化への適用が容易である。しかしながら、有限要素を遺伝子としてコード化する方法は、大規模な有限要素数を持つ構造物においては遺伝

子長が長くなる。また GA では一般的に、良好な解を得るためには多くの個体数や世代数が必要となり、最終的な解を求めるために進化の度合いが遅くなってしまふ。

以上のことより本論では、構造物の位相最適化問題へ GA を適用する際に、考慮すべき事項についての検討を行うとともに、構造形態の進化を早めるために、GA に ESO の不要な部分を除去するという概念を導入することを検討する。そして本手法で創生される構造形態と、従来の ESO で創生される構造形態との比較を行い、ESO では創生できない構造形態を創生することを目的とする。

2 進化的構造最適化

2.1 進化的構造最適化による位相最適化

Xie らが提案した進化的構造最適化 (Evolutionary Structural Optimization: ESO)¹⁾ は、通常の有限要素解析を繰り返しながら「不要な部分を破棄する」という単純な過程を積み重ねることにより最適形態を求めるものである。構造最適化計算のための特別な工夫を要しないという点で拡張性と汎用性を持つ優れた手法であり、従来より構造物の位相最適化問題 (以下、レイアウト最適化問題と呼ぶ) に適用されてきた。

2.2 削除率に基づいた要素除去

ESO において、不要な部分を決定するには有限要素解析を行い応力値が小さく、全体に及ぼす影響が小さい部分を削除の対象とする。毎世代構造解析を行い応力値の小さい部分から、ある閾値に基づき順次削除していく。その際利用する閾値は削除率と呼ばれ、一般的に計算に先立って予め決められる。そのため、削除の過程は進化の全ての過程に削除率を用いて進められ、各段階での構造形態とは無関係である。削除すべき部分が多い場合には、進化の効率が悪く、逆に少ない場合には必要な部分までもが削除対象となる不都合が生じる。通常は削除率を必要以上に低く抑えて計算することとなる。以下 Fig. 1 に不要な部分を削除する様子を示す。Fig. 1 において構造解析の結果、応力値が小さく全体に及ぼす影響が小さい部分を、全要素数における削除率 α 分だけ削除の対象とする。

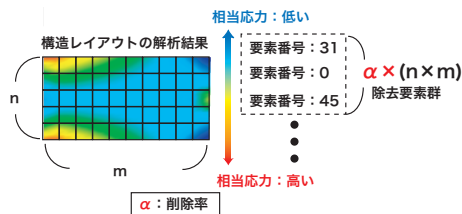


Fig. 1 ESO による不要な部分の削除

2.3 最適レイアウトの創生

本論ではレイアウト最適化問題に GA を適用し, ESO との比較を行うため, 従来の ESO で得られる構造形態を最適レイアウトとする. ESO にて最適レイアウトを創生する際の進化の過程を Fig. 2 に示す. Fig. 2 に示すのは, 集中荷重を受ける片持ち梁問題で, 従来より多くの文献で扱われる問題である. 構造体の境界を左辺で固定し, 右辺の中央に垂直方向集中荷重を受ける場合の ESO による構造レイアウトの進化の過程を示している. 初期レイアウトの要素数を 400, 削除率を 0.05 として 10 ステップを実行した構造レイアウトを最適レイアウトとする. 最適レイアウトの構造解析から得られる最終要素数, 最大変位, 最大応力, 要素相当応力の分散を以下 Table 1 に示す.

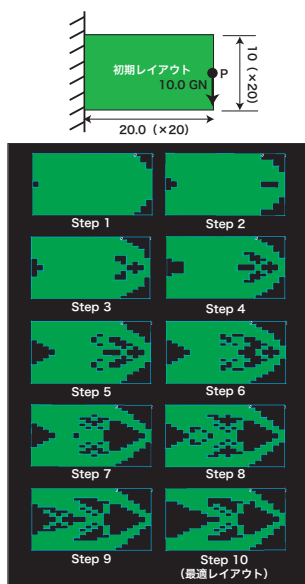


Fig. 2 ESO による構造レイアウトの創生過程

Table 1 最適レイアウトの解析結果

有限要素数	200
最大変位	6.47400000
最大応力	3.49135000e+10
要素相当応力の分散値	6.87619667e+19

3 位相最適化問題への 遺伝的アルゴリズムの適用

本研究では, 構造物への荷重に対する最大変位の制約条件のもと, 体積最小の構造レイアウトを創生することを目的とし, 最適化手法に遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) を用いる. 本章では位相最適化問題へ GA を適用し構造レイアウトを創生する手順と考慮すべき事項について述べる.

3.1 構造レイアウトの創生手順

GA は, 生物の進化を工学的にモデル化した最適化手法の 1 つである⁸⁾. GA では, 初期探索点として, 個体の母集団を生成し, それぞれの個体には適合度が設定される. そして生成された母集団に対し, 選択, 交叉, 突然変異といった遺伝的操作を繰り返し適用する. 選択で適合度の高い個体が多く選ばれ, 交叉で親個体の良質な形質を継承し, 突然変異で個体の一部を変更することで多様性を維持し, 良好な個体を増やすことにより, 最適解を見つけ出す探索方法である. 本手法では GA の並列モデルである分散遺伝的アルゴリズム (Distributed Genetic Algorithm: DGA)⁹⁾ を用いる. 本手法では以下の手順でレイアウト最適化問題に GA (DGA) を適用し, 構造レイアウトを創生する.

1. 初期個体の生成と初期化
2. 遺伝的操作 (選択, 移住, 交叉, 突然変異)
3. ESO の適用 (要素除去)
4. 構造解析 (各節点の変位と各要素の応力解析)
5. 制約条件判定および子個体の引き戻しの適用
6. フィルタリング
7. 評価 (適合度計算)
8. 終了判定 (終了世代数まで上記 2~7 を繰り返す)

各手順について以降に述べる.

3.2 コード化と適合度計算

3.2.1 コード化

前述した通り本手法では, 1 構造物を 1 個体として表現することで有限要素を遺伝子にコード化する. 以下 Fig. 3 に示すように, 個々の有限要素ごとに存在の有無を 0・1 ビットで表現することで, 構造レイアウトの位相を決定する. 要素の存在の有無を示す指標として, 弾性係数 E を用いる. その際, 要素が存在する中実要素 (1 ビット) には弾性係数 $E_1 = 206GPa$ を割り当て, 要素が存在しない空疎要素 (0 ビット) には, E_1 に比べ極端に小さな弾性係数 $E_0 = 103MPa$ を割り当てる. 2 つの弾性係数の極端な差異を利用して構造レイアウトの位相を表現する.

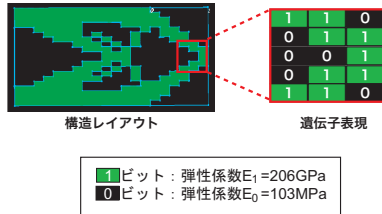


Fig. 3 構造レイアウトのコード化

3.2.2 適合度計算

構造物への荷重に対する最大変位が許容変位を越えないとする制約条件のもとで、体積を最小化する問題として適合度を定式化する。定式化したものを以下式 (1)、式 (2) に示す。式 (1)、式 (2) の共通項である第 1 項では、遺伝子長 n の個体 x において i 番目の要素に割り当てられているビットの総数 F を最小化している。すなわち要素数が少ない構造物ほど適合度が高くなる。

第 2 項においては、最大変位 δ_{max} と最大変位の制約条件値である許容変位 δ_g との許容変位比に係数 ζ を乗じた項を加える。これは、構造物は要素数が同等でも位相が異なれば、最大変位が異なるためである。そこで要素数が同等の個体間においては、構造物の最大変位が許容変位に対して余裕がある個体の適合度を高めるようにする。

式 (2) の第 3 項においては、要素相当応力の分散値 σ_v を γ でスケールし、係数 ξ を乗じた。ここで、 γ は $\gamma = 1.0e+19$ とした。これは予備実験より求めたものであり、第 2 項と同等のスケールであり、同等の影響を持つようにした。これは式 (1) 同様、要素数が同等でも位相が異なれば、各要素に加わる相当応力が異なるためである。一般的に構造物に加わる応力が分散（均質化）されている場合と比較して、応力が集中している場合は構造物に亀裂が生じやすい。そのため相当応力の分散が小さい構造物ほど亀裂が生じにくくなる。以上のように式 (2) では、要素数を考慮する第 1 項と許容変位を考慮する第 2 項、そして相当応力の分散を考慮する第 3 項を加えることで、より合理的な構造形態を持つ個体の適合度を高めることができる。式 (1)、式 (2) による構造レイアウトの創生の違いを 4 章のシミュレーションにて検討する。

$$\text{Minimize} : F = \sum_{i=1}^n x_i + \zeta \left(\frac{\delta_{max}}{\delta_g} \right) \quad (1)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \text{Subject to} : \delta_{max} < \delta_g$$

$$\text{Minimize} : F = \sum_{i=1}^n x_i + \zeta \left(\frac{\delta_{max}}{\delta_g} \right) + \xi \left(\frac{\sigma_v}{\gamma} \right) \quad (2)$$

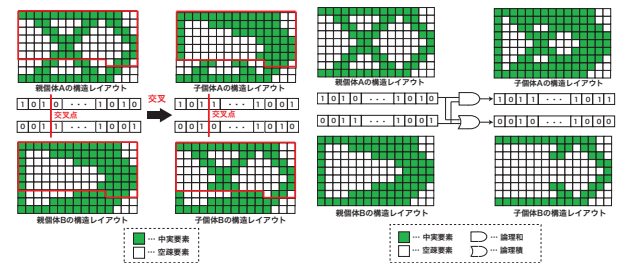
$$x_i \in \{0, 1\} \quad \text{Subject to} : \delta_{max} < \delta_g$$

3.3 構造形態を考慮した交叉

対象問題へ GA を適用する際には、親個体の良質な形質を子個体へ継承させる有効な交叉を考慮する必要がある。

ある。通常のビット GA における 1 点（多点）交叉をレイアウト最適化問題へ適用すると、Fig. 4(a) のように、構造形態とは無関係に交叉が行われる。その結果、親個体の形質を破壊し、最終レイアウトにチェッカーボード状の密度分布が頻繁に現れる可能性がある。

そこで、構造形態に基づいた交叉方法を検討する。本交叉は Fig. 4(b) に示すように 2 つの親個体（親個体 A の構造レイアウトと親個体 B の構造レイアウト）の論理和と論理積から 2 つの子個体を生成する。子個体 A の構造レイアウトは、親個体 A と B どちらかの要素に中実要素があれば、その要素は中実要素となる。子個体 B の構造レイアウトは、親個体 A と B とともに中実要素があるときのみ、その要素は中実要素となる。これにより、有限要素数は多いが強度が強く最大変位が小さい個体と、有限要素数は少ないが強度が弱く最大変位が大きい個体の 2 つの子個体が生成される。式 (1)、式 (2) の適合度計算により、有限要素数と許容変位比、要素相当応力の分散の影響により適合度が考慮され、構造形態の中実・空疎要素という構造形態が考慮された交叉方法である。



(a) 1 点交叉 (b) 構造形態を考慮した交叉

Fig. 4 交叉法による構造レイアウトの比較

3.4 ESO の導入と子個体の引き戻し

3.4.1 ESO の導入による解探索性能の向上

一般的に GA では、良好な解を得るためには多くの個体数や世代数が必要となり、最終的な解を求めるために進化の度合いが遅くなってしまふ。そこで、ESO の不要な部分を削除するという概念を、GA の進化過程で導入することで進化の度合いが早まることが期待できる。また 2 章で述べた通り、ESO はレイアウト最適化問題に対して有効な手法であるため、ESO を GA の進化過程で適用することで、GA 単独の探索に比べ良好な解探索が行えることが期待できる。

3.4.2 制約条件を外れた子個体の引き戻し

前述の ESO の導入、および GA の進化過程において、許容変位の制約条件を外れた子個体に対しては、以下 Fig. 5 に示す子個体の引き戻しを適用する。

Fig. 5 において、親個体 A から生成された子個体 a が制約条件を満たせず実行可能領域から外れた場合、親個

体 A の設計変数と子個体 a の設計変数を比較する．そして、子個体 a のうち空疎要素でありかつ、親個体 A のうち中実要素である要素を、中実要素にする．これにより、子個体は親個体と同等以上の中実要素を得ることで、その結果最大変位は小さくなり、実行可能領域へ引き戻すことが可能となる．引き戻しにより子個体の有限要素数は親個体以上になってしまうが、3.2.2 項で述べたように個体の適合度は有限要素数と許容変位比、要素相当応力の分散によって決定するため、引き戻した子個体が次世代へ残る可能性は残ることとなる．

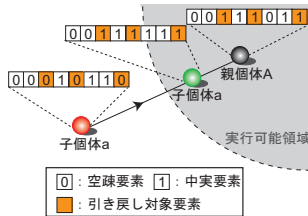


Fig. 5 子個体の引き戻し

3.5 フィルタリング

構造物が定次の有限要素であるときや、GA による進化過程、ESO の適用、子個体の引き戻し等により、構造レイアウト上にチェッカーボード状の密度分布¹⁰⁾が頻繁に現れることがある．この現象を防ぐためにフィルタリング法は不可欠であり¹¹⁾、様々な研究がなされている¹²⁾．本研究では、対象要素の周囲の要素に着目し、周囲の要素が中実であれば対象要素も中実要素に、空隙であれば対象要素も空隙要素とする単純な方法をとる．着目する周囲の近傍には Moore 近傍を用いる．Fig. 6 に Moore 近傍を用いたフィルタリング法を示す．

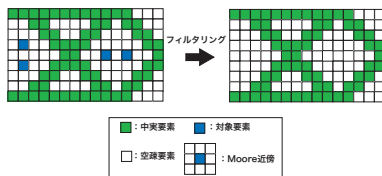


Fig. 6 Moore 近傍を用いたフィルタリング法

4 シミュレーション

本章ではレイアウト最適化問題において、従来より多くの文献で扱われている、2次元連続体の片持ち梁問題に対して、先に述べた方法を適用してその有効性を検証する．Fig. 2 の Step 10 を最適レイアウトとし、3.2.2 項で述べた 2 つの適合度計算を用いて、許容変位を制約条件とする構造レイアウト創生と、要素相当応力の分散を考慮した構造レイアウト創生について検証する．検証する手法は、ESO の概念を導入した GA (以下、GA+ESO とする) と ESO の概念を導入しない GA (以下、GA とする) である．

4.1 シミュレーション概要

対象とする 2次元連続体の片持ち梁問題は、Fig. 2 の初期レイアウトと同様であり、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、有限要素数を 400、節点数を 882、中実要素として弾性係数 $E_1 = 206GPa$ 、空隙要素として極端に小さい $E_0 = 103MPa$ を割り当てる．境界と荷重条件は、境界を左辺で固定し、右辺の中央に垂直方向集中荷重を 10.0GN 負荷する条件とし、構造物の自重は考慮しないものとする．

本手法で用いるパラメータを以下 Table 2 に示す．Table 2 において、削除率が 0.0025 ~ 0.0100 が GA+ESO、削除率が 0.0 すなわち ESO を行わないのが GA となり、計 5 つの手法で検証を行う．また適合度計算は許容変位の制約条件のもと、要素数と許容変位比を考慮した式 (1) と、式 (1) に加え相当応力の分散を考慮した式 (2) を用いる．その際の許容変位の制約条件値には Table 1 の最適レイアウトの解析結果を用いる．

Table 2 本手法のパラメータ

個体数	100
サブ母集団数	10
エリート個体数	1
遺伝子長	400
選択方法	トーナメント選択 (トーナメント数: 2)
移住率	0.5
移住間隔	5
交叉方法	構造形態を考慮した交叉
突然変異率	0.0025 (1/遺伝子長)
削除率	GA+ESO (0.0025, 0.0050, 0.0075, 0.0100), GA (0.0)
許容変位値	6.47400000
係数 ζ	1.0
係数 ξ	1.0
フィルタリング法	Moore 近傍
終了世代数	1000

4.2 許容変位を制約条件とする構造レイアウト創生

許容変位を制約条件とする構造レイアウト、解探索性能、ESO との比較について述べる．

4.2.1 構造レイアウト

GA+ESO と GA により得られた構造レイアウトを以下 Fig. 7 に示す．Fig. 7 において縦方向に 100 世代毎を、横方向に GA+ESO (削除率が 0.0025, 0.0050, 0.0075, 0.0100) と GA の各手法を示す．GA+ESO においては各削除率において世代数 500 を越えたあたりから構造レイアウトの変化が無く収束傾向にある．また GA においては ESO の有する要素を削除する機能が無いため、当然進化の速度は遅い．最終レイアウトにおいても、位相

は他の手法や最適レイアウトと大きく異なる．しかしながら，形状は他の手法や最適レイアウトと類似していることが確認できる．

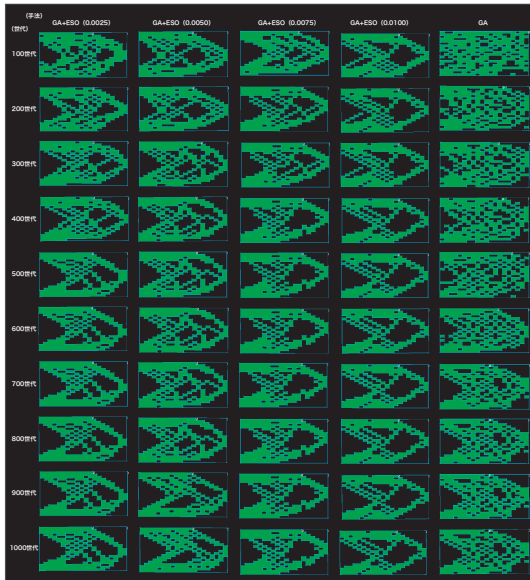


Fig. 7 構造レイアウト

4.2.2 解探索性能

GA+ESO と GA の最良個体の解探索履歴の結果を以下 Fig. 8 に示す．Fig. 8 より，GA+ESO (0.0100) が最も探索が進んでいること，GA+ESO に比べ GA の探索が進んでいないことが確認できる．

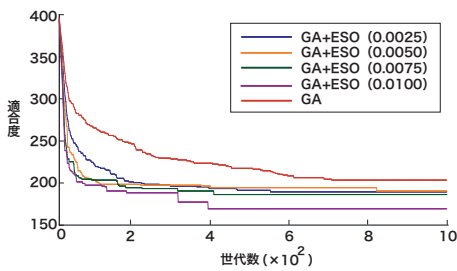


Fig. 8 解探索履歴

4.2.3 ESO との比較

Fig. 8 より，本手法においては GA+ESO (0.0100) が最も良好な解探索を行っていることが確認できる．そこで，以下 Table 3 に GA+ESO (0.0100) の最終レイアウトと最適レイアウトとの比較を示す．Table 3 より，GA+ESO (0.0100) は最適レイアウトに比べ，要素数，最大変位ともに良好であり，その結果適合度においても良好であることが確認できる．

4.3 要素相当応力の分散を考慮した構造レイアウト創生

許容変位を制約条件とし，要素相当応力の分散を考慮した構造レイアウト，解探索性能，要素相当応力の分散，ESO との比較について述べる．

Table 3 GA+ESO (0.0100) と最適レイアウトの比較

	GA+ESO (0.0100)	最適レイアウト
要素数	168	200
最大変位	6.45504739	6.47400000
適合度	168.9970725	201.0

4.3.1 構造レイアウト

GA+ESO と GA により得られた構造レイアウトを以下 Fig. 9 に示す．Fig. 9 の縦方向，横方向は Fig. 7 と同様である．どの手法においても Fig. 7 や最適レイアウトと，大きく異なる点を確認できる．特に GA においては特徴的であり，最終レイアウトの右辺中央部周辺において，最適レイアウトでは上下線対称に類似した位相となっているのに対して，Fig. 9 では下部の要素が多くあるのが確認できる．これは適合度計算において，要素相当応力の分散を考慮した結果，構造レイアウトの上部よりも下部の要素を増加させることで，全体の要素相当応力を分散（均質化）したためだと考えられる．

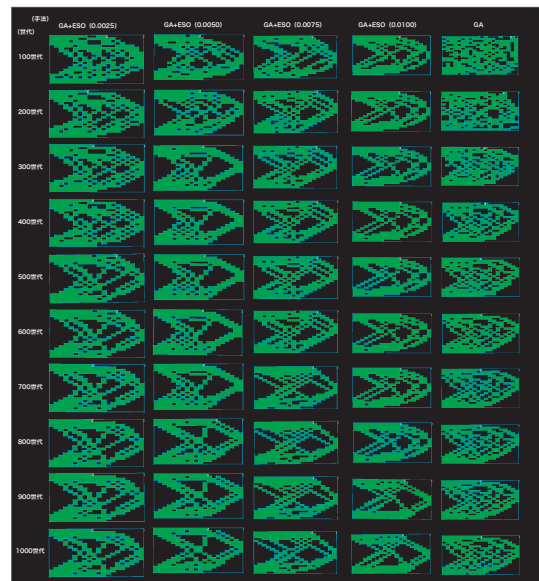


Fig. 9 構造レイアウト

4.3.2 解探索性能

GA+ESO と GA の最良個体の解探索履歴の結果を以下 Fig. 10 に示す．Fig. 10 より，GA+ESO (0.0050) が最も探索が進んでいること，Fig. 8 同様，GA+ESO に比べ GA の探索が進んでいないことが確認できる．Fig. 8 とは異なり，GA+ESO においては削除率が 0.0050 の時が最も探索が進んでいる．また，GA+ESO では 400 世代を越えたあたりから探索が停滞していることも確認できる．

4.3.3 要素相当応力の分散

GA+ESO と GA の要素相当応力の分散値の結果を以下 Fig. 11 に示す．Fig. 11(a) より，各手法ともに探索

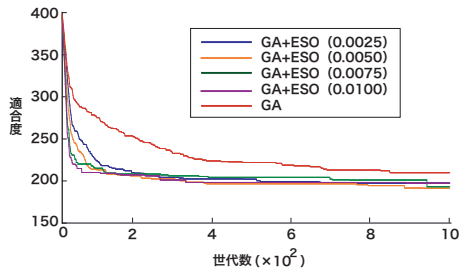


Fig. 10 解探索履歴

序盤から要素相当応力の分散値が高くなり、その後収束傾向であることが確認できる。Fig. 11(b) では要素相当応力の分散値が $6.0e+19$ 付近を拡大したものであるが、GA が GA+ESO に比べ要素相当応力の分散値が低いことが確認できる。

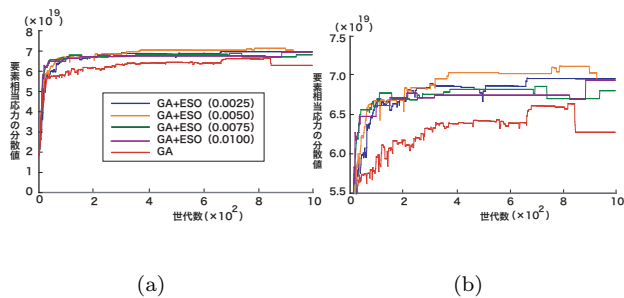


Fig. 11 要素相当応力の分散履歴

4.3.4 ESO との比較

Fig. 10 より、本手法においては GA+ESO (0.0050) が最も良好な解探索を行っていることが確認できる。そこで、以下 Table 4 に GA+ESO (0.0050) の最終レイアウトと最適レイアウトとの比較を示す。Table 4 より、GA+ESO (0.0050) は最適レイアウトに比べ、要素数、最大変位において良好であり、その結果適合においても良好であることが確認できる。要素相当応力の分散値においては GA が良好であった。

Table 4 GA+ESO (0.005) と最適レイアウトの比較

	GA+ESO (0.0050)	最適レイアウト
要素数	183	200
最大変位	6.44383053	6.47400000
要素相当応力の分散値 ($\times 1.0e+19$)	6.93471484	6.87619667
適合度	190.93005470	207.8761967

5 まとめと今後の課題

構造形態の最適化を行うためには、構造物の形状のみならず位相を最適化する必要がある。本研究では、位相最適化問題に、最適化モデルとして GA を適用することを考えた。GA を位相最適化問題へ適用するために、コード化や適合度計算、有効な交叉方法、子個体の引き戻し、フィルタリング、等を検討した。また従来より位

相最適化問題に適用されてきた、ESO の不要な部分の除去という概念を GA の進化過程に導入することで、進化度合いを早め、従来の ESO では創生できない、より合理的な構造形態を創生することを確認した。

今後の課題としてはまず、より大規模な構造物を対象とした本手法の有効性の検証が挙げられる。本手法は、1 構造物を 1 個体として構造物の有限要素を遺伝子としてコード化するため、大規模な構造物に適用する際には、相応の遺伝子長を持つ個体や多くの個体数と世代数が必要となることが想定される。次に、制約条件に許容応力を適用する検討が必要である。本論では、許容変位を制約条件とした構造レイアウトの創生を行ったが、より合理的な構造形態を創生するためには、許容応力を制約条件とした構造レイアウトの創生を検討する必要がある。

参考文献

- 1) Xie, Y.M. and Steven, G.P.: Evolutionary Structural Optimization, Springer-Verlag, 1997.
- 2) 三井 和男. ニューロンモデルによる構造形態の自律的生成. 第 5 回最適化シンポジウム講演論文集, Vol.5, pp.111-115, 2002.
- 3) 三井 和男, 曾我部 博之. 構造位相最適設計のための発見的手法. 第 6 回最適化シンポジウム講演論文集, Vol.6, pp.167-172, 2004.
- 4) 石井 恵三 (くいんと). 均質化法を用いたトポロジー最適化の応用例. 第 3 回最適化シンポジウム講演論文集, Vol.3, pp.207-212, 1998.
- 5) 藤井 大地, 鈴木 克幸, 大坪 英臣. 密度法による 3 次元構造物の位相最適化. 第 4 回最適化シンポジウム講演論文集, Vol.4, pp.127-132, 2002.
- 6) 雀 昌禹, 鈴木 譲二, 大森 博司. 等応力線を導入した ESO による構造形態の創生. 第 4 回最適化シンポジウム講演論文集, Vol.4, pp.157-162, 2002.
- 7) 大森 博士, 雀 昌禹. 拡張 ESO 法による三次元構造物の形態創生. 第 5 回最適化シンポジウム講演論文集, Vol.5, pp.177-182, 2004.
- 8) D. E. Goldberg. Genetic Algorithms in search. Optimization and Machine Learning Addison-Wasley Publishing Company, 1989.
- 9) Reiko Tanese. Distributed Genetic Algorithms. Proc.3rd International Conference on Genetic Algorithms, pp.434-439, 1998.
- 10) Diaz, A. and Sigmund, O., Checkerboard patterns in layout optimization, Structural Optimization, 10, pp.40-50, 1995.
- 11) Sigmund, O. and Petersson, J., Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima, Structural Optimization, 16, pp.68-75, 1998.
- 12) 藤井 大地, 菊池 昇: SLP 法を用いたトポロジー最適化における数値的不安定の改善、日本建築学会構造系論文集, No.521, pp.65-72, 1998.