シミュレーテッドアニーリングにおけるクーリング回数の検討

服部　宣隆

1　はじめに

近年では，社会システムの大規模化・複雑化に伴い，工学分野においても対象となる問題が複雑化している．このような問題は最適化問題として扱うことができる．しかしながら問題の規模が大きくなるにつれて，真の最適解を発見することが容易ではなくなってくる．このような問題の解法として，ヒューリスティック手法[1]の重要性が高まってきている．本報告では，連続最適化問題である Rastrigin 関数をシミュレーテッドアニーリング（以下 SA）を用いて解き，そのパラメータの検討を行う．

2　SA

2.1　SA の概要

SA は高温で融解状態にある物質を徐々に冷却することにより欠陥の少ない結晶を得るプロセスである「焼きなまし」を，計算機上でシミュレートした手法である．

2.2　SA のアルゴリズム

SA のアルゴリズムでは，**生成**，**受理**，**クーリング**の 3 つが重要なプロセスとなる．

2.3　SA の特徴

2.3.1　長所

- SA は改良方向のみならず，改悪方向にも探索が進むので，多峰性の関数であっても大域的最適解に到達することができる
- アルゴリズムが汎用にできているため，広範囲の問題に適用可能である
- 目的関数が微分可能でなくても，複雑な式であっても適応可能である

2.3.2　短所

- 大域的最適解を求めるために膨大な計算量を要する
- 問題を解くために必要なパラメータチューニングを個別に行う必要がある

3　数値実験

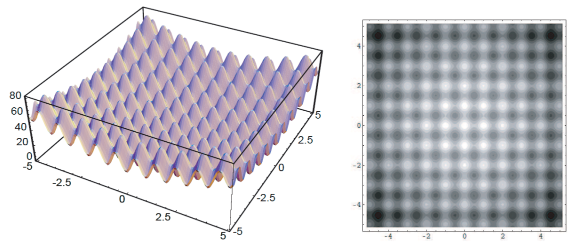
3.1　実験の概要

本実験では，クーリング回数および近傍について検討を行う．対象問題は，式 (1) で表される 2 次元の Rastrigin 関数である．Rastrigin 関数は，設計変数間に依存関係を持たない多峰性関数である．Fig. 1 に 2 次元の場合の外形とエネルギーの等高線[2]を示す．

$$F_{Rastrigin}(x) = 10n + \sum_{i=1}^{n}\left(x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)\right) \qquad (1)$$

$$(-5.12 \le x_i < 5.12)$$

$$min(F_{Rastrigin}(x)) = F(0,0,\ldots,0) = 0$$



（a）概形　　（b）等高線

Fig. 1　Rastrigin 関数（2 次元）

本実験で用いたパラメータの初期値は Table 1 に示す値に設定し，検討するパラメータ以外は Table 1 の値を用いる．

Table 1　パラメータの初期値

Parameter	Value
Max Temperature	10.0
Min Temperature	0.01
Neighborhood	1.0
Dimension	2
Cooling Step	32
Annealing Step	320000

3.2　実験の結果

3.2.1　クーリング回数に関する検討

クーリング回数とは，最高温度から最低温度まで何回冷却を行うかを定めるパラメータである．クーリング回数のみを変化させ，クーリング回数が解探索に与える影響を検討する．検討を行うクーリング回数は 1，2，4，8，16，32，64，128，256，512 である．その他のパラメータは Table 1 の値を用いる．クーリング回数に関する検討結果を Table 2，Fig. 2，Fig. 3 に示す．Table 2 は 100 回試行の最良エネルギーの平均値および中央値を示し，Fig. 2 は平均値，Fig. 3 は中央値の解探索履歴の

比較結果を示す．Fig. 2，Fig. 3 の縦軸はエネルギー値，横軸はアニーリング数を示している．

Table 2　クーリング回数を変化させた結果

Cooling Step	Energy(Average)	Energy(Median)
1	0.006928247	0.004502551
2	0.001484062	0.001018410
4	0.001069072	0.000681395
8	0.000924442	0.000628154
16	0.001033396	0.000823582
32	0.001142318	0.000886294
64	0.001277355	0.000676641
128	0.001231325	0.000857716
256	0.000839500	0.000562004
512	0.000887030	0.000613499

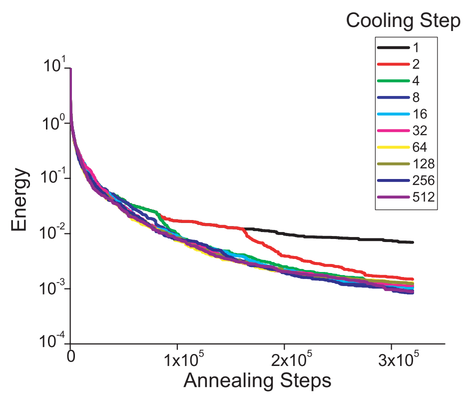


Fig. 2　クーリング回数による解探索の影響（平均値）

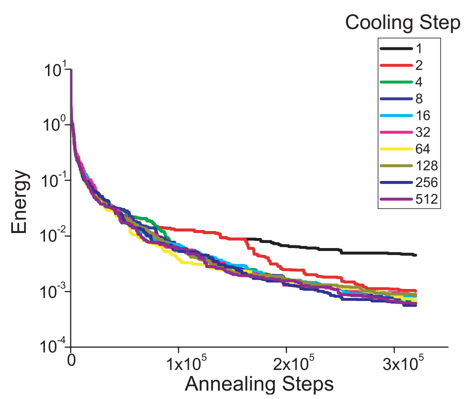


Fig. 3　クーリング回数による解探索の影響（中央値）

Fig. 2，Fig. 3 を見るとクーリング回数を変化させた場合，クーリング回数が 1 の場合を除いて，収束の仕方にあまり違いが見られなかった．冷却速度の緩急に関わらず，同じように収束した．

3.2.2　近傍幅に関する検討

近傍幅とは，現在の状態から次状態へ遷移する際の遷移可能幅を示すパラメータである．近傍幅のみを変化させ，近傍幅が解探索に与える影響を検討する．検討を行う近傍幅は 0.1，0.5，1.0，2.0，3.0 である．その他のパラメータは Table 1 の値を用いる．近傍幅に関する検討結果を Table 3，Fig. 4，Fig. 5 に示す．Table 3 は 100 回試行の最良エネルギーの平均値および中央値を示し，Fig. 4 は平均値，Fig. 5 は中央値の解探索履歴の比較結果を示す．Fig. 4，Fig. 5 の縦軸はエネルギー値，横軸はアニーリング数を示している．

Table 3　近傍幅を変化させた結果

Neighborhood	Energy(Average)	Energy(Median)
0.1	0.098990022	0.002526386
0.5	0.013170838	0.005353406
1.0	0.001142318	0.000886294
2.0	0.003425273	0.001962244
3.0	0.007157444	0.005163512

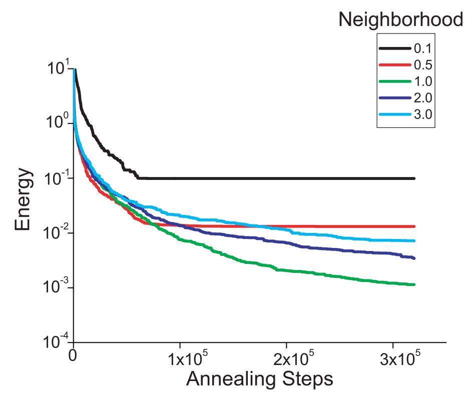


Fig. 4　近傍幅による解探索の影響（平均値）

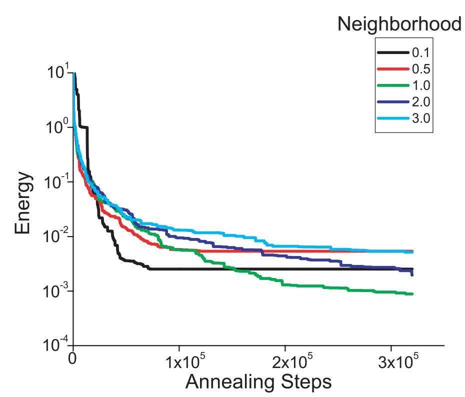


Fig. 5　近傍幅による解探索の影響（中央値）

Fig. 4，Fig. 5 を見ると，近傍幅の設定が，解探索に影響を与えていることが分かる．近傍幅 1.0 のとき最も良い結果を得られることが分かった．

4　考察

4.1　クーリング回数

Fig. 2，Fig. 3 および Table 2 の解探索性能を見ると，クーリング回数が 1 以外では解探索性能にそれほど差違が見られなかった．何故クーリング回数が 1 の場合のみ収束するエネルギー値に違いが出たのかを検討する．冷却回数は (CoolingStep − 1) であるので，クーリング回数が 1 ということは，冷却をしておらず，初期温度のまま探索を行っている．そのため改悪方向への遷移も受理する確率が高いままなので，他のクーリング回数に比べ，比較的高いエネルギー値に収束していると考えられる．クーリング回数をさらに増やした結果を，Table 4，Fig. 6，Fig. 7 に示す．Table 4 は 100 回試行の最良エネルギーの平均値および中央値を示し，Fig. 6 は平均値，Fig. 7 は中央値の解探索履歴の比較結果を示す．Fig. 6，Fig. 7 の縦軸はエネルギー値，横軸はアニーリング数を示している．

Table 4　クーリング回数を変化させた結果

Cooling Step	Energy(Average)	Energy(Median)
1	0.006928247	0.004502551
1000	0.001059083	0.000768368
2000	0.001145176	0.000728741
4000	0.000974919	0.000615750
8000	0.001145286	0.000684312
16000	0.001130729	0.000776325
32000	0.001055376	0.000666100
80000	0.001088592	0.000747703
160000	0.000991717	0.000681086
320000	0.001041109	0.000666100

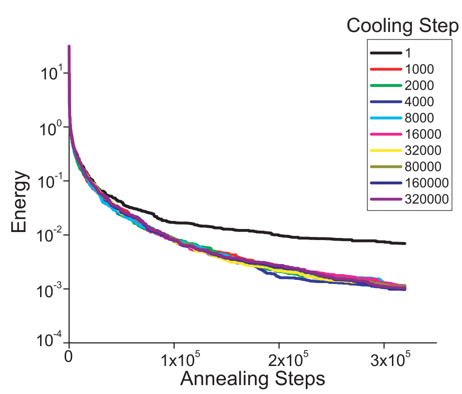


Fig. 6　クーリング回数による解探索の影響（平均値）

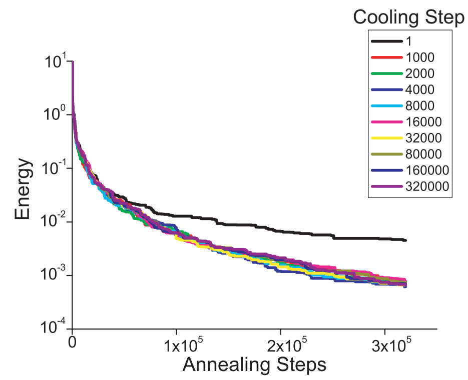


Fig. 7　クーリング回数による解探索の影響（中央値）

以上の結果から，1 以外のクーリング回数では収束する解に大きな違いが見られないことが分かった．これによりクーリング回数は解探索にほとんど影響がないと考えられる．

4.2　近傍幅

Rastrigin 関数は隣接する局所的最適解同士の間隔が 1.0 である．そのため近傍幅を 0.1，0.5 とした場合，局所的最適解から抜け出すことが出来ず，Table 3，Fig. 4，Fig. 5 に示すようにエネルギー値が十分小さくならなかったと考えられる．また，近傍幅が 2.0，3.0 の場合は，局所的最適解を抜け出すことは出来るが，次状態へ遷移可能な範囲が広すぎるため大域的最適解に収束することが困難になっていると考えられる．これらのことにより，局所的最適解から抜け出し，かつ大域的最適解に向かって収束するための最適な近傍幅のパラメータ値は 1.0 であると考えられる．

5　まとめ

本報告では，SA のパラメータであるクーリング回数，および近傍幅について検討を行った．その結果，Rastrigin 関数においては，クーリング回数による解探索性能の違いが見られなかった．一方，近傍幅の設定は，解探索能力に大きく影響を与えることが分かった．近傍幅が 1.0 のときに最も良好な解探索能力を得ることができた．今回の実験によって，この連続最適化問題ではクーリング回数より近傍幅が重要であることがわかった．

参考文献

1) 高畑　泰祐，宮崎　真，中請　隆，
第 1 回 SA・GA ゼミ（2004 年度基礎ゼミ），
知的システムデザイン研究室，2004

2) http://mikilab.doshisha.ac.jp/
dia/research/pdga/pages/problems.html