

SA における Griwank 関数のパラメータ検討  
千野 晋平

1 はじめに

本報告では、自作の SA を用いてパラメータ検討を行う。対象問題は Griwank 関数である。検討したパラメータはアニーリング数である。アニーリング数を 2048 回から 4096 刻みに 18432 回までと 20480 回から 102400 刻みに 532480 回までの最良エネルギーの挙動と、トータルアニーリング数 20480 回から 20480 刻みに 614400 回までの最良エネルギーの中央値、最高値、最小値を求め、解探索にどのような影響を与えるか検討した。

2 SA

2.1 SA とは

SA とは、Fig.1 のように高温で溶解状態にある金属を徐々に冷やすことで、もとの金属より欠陥の少ない優れた結晶構造を作るとい焼きなましの手法を計算機上で模倣した手法である。

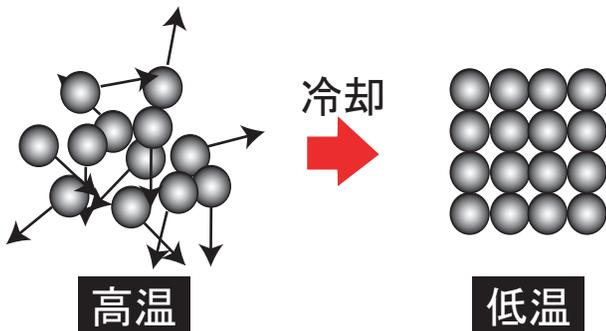


Fig. 1 焼きなまし手法

次のエネルギー状態が現在のエネルギー状態よりも良ければ、現在の状態が次の状態へと遷移する。また、次のエネルギー状態が現在のエネルギー状態より悪くても一定の確率で遷移を許す。このため、現在の状態が局所解に陥った場合でも、その局所解から抜け出すことができ、最適解に到達することができるのである。

2.2 SA のアルゴリズム

SA は、はじめに初期パラメータを与え、エネルギーが確率的に小さくなるように状態を変化させ、最終的には最適解を求めることが期待されるアルゴリズムである。流れを Fig. 2 に示す。

- 初期設定  
与えた初期値より、設計変数を生成する。

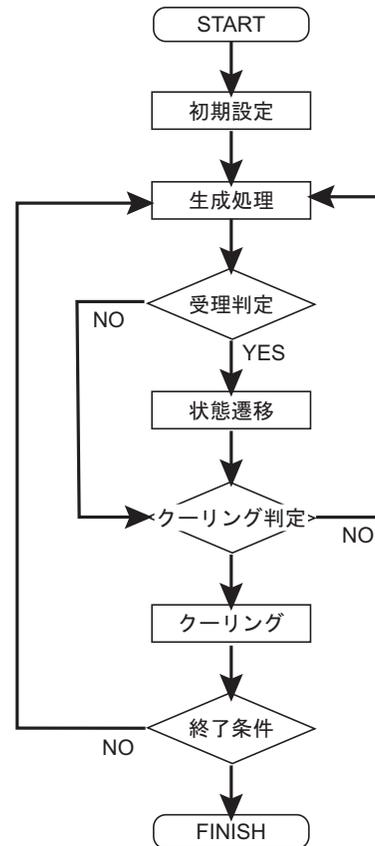


Fig. 2 SA の流れ図

- 生成処理  
次状態の設計変数を生成する。
- 受理判定  
エネルギーが負であれば受理、正であれば、メトロポリス基準をもとに受理判定を行う。
- 状態遷移  
受理されると次状態に遷移する。
- クーリング判定  
一定期間アニーリングが行われると受理される。
- 終了条件  
温度が十分に下がり、停止条件に達すれば、そのときの  $x$  を最適状態、 $E$  を最適値として終了する。

3 数値実験

3.1 実験概要

今回、Table 1 のようなデフォルトパラメータを使用し、数値実験を行った。

Table 1 パラメータの初期値

パラメータ	値
関数次元数	2
クーリング数	32
近傍幅	5
最高温度	20
最低温度	0.001

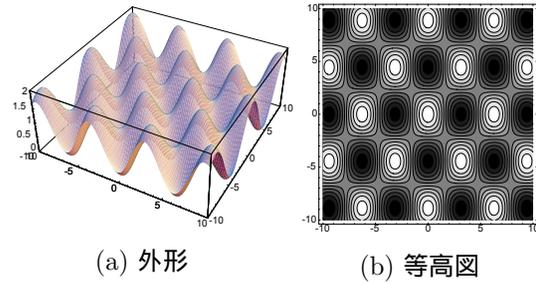


Fig. 4 Griewank 関数の外形と等高図 (最適解付近)

実験概要としては、まず、トータルアニーリング数 2048, 6144, 10240, 14336, 18432 について解の挙動を比較した。次に比較するトータルアニーリング数の間隔を変え、20480, 122880, 225280, 327680, 430080, 532480 について解の挙動を比較した。最後に、トータルアニーリング数を 20480 回から 20480 刻みに 614400 回まで変化させ、それぞれにおける 100 試行の最良エネルギーの中央値, 最大値, 最小値について調査した。

### 3.2 対象問題

今回対象問題である Griewank 関数は、式 (1) に表現される関数であり、設計変数間で依存関係を持つ多峰性関数である。設計変数値がすべて 0 のとき、最適エネルギーが求められる。Griewank 関数の外形, その等高図を Fig.3 に示す。また、最適解付近の外形, その等高図を Fig.4 に示す。

$$F_{Griewank}(x) = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \left( \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \right) \quad (1)$$

(-512 ≤ x<sub>i</sub> < 512)

$$\min(F_{Griewank}(x)) = F(0, 0, \dots, 0) = 0$$

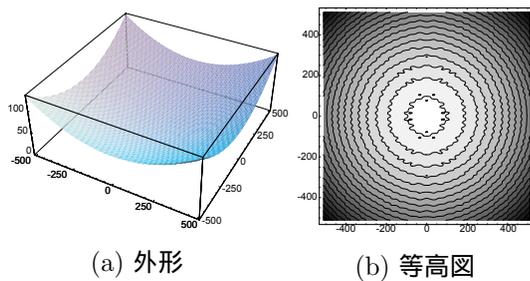


Fig. 3 Griewank 関数の外形と等高図

### 3.3 トータルアニーリング数別解探索の挙動の調査

トータルアニーリング数を変化させることで、解探索性能に与える影響を調査した。まず、トータルアニーリング数を 2048, 6144, 10240, 14336, 18432 と変化させ、それぞれの 100 回試行の最良エネルギーの中央値, 平均値を Table 2 に、また、それぞれの 100 回試行の平均値, 中央値の挙動を Fig.5 に示す。次に 20480,

122880, 225280, 327680, 430080, 532480 と変化させ、同様に行った結果を Table 3 と Fig.6 に示す。

Table 2 最良エネルギーの平均値と中央値 (1)

アニーリング数	中央値	平均値
2048	0.252216	0.372768
6144	0.00817	0.007294
10240	0.003581	0.004475
14336	0.002396	0.003183
18432	0.001881	0.002562

Table 3 最良エネルギーの平均値と中央値 (2)

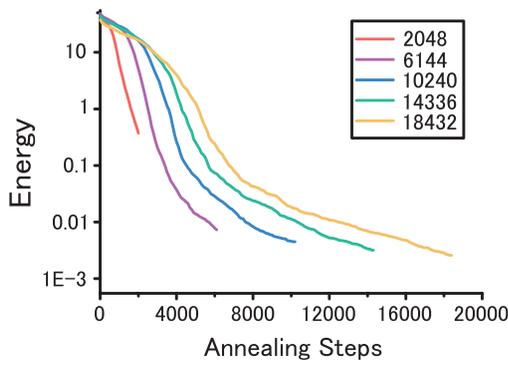
アニーリング数	中央値	平均値
20480	1.37E-03	2.01E-03
122880	2.03E-04	2.89E-04
225280	1.23E-04	1.89E-04
327680	8.56E-05	1.12E-04
430080	5.25E-05	7.85E-05
532480	3.78E-05	5.69E-05

Table 1 のデフォルトパラメータでは、トータルアニーリング数が 2048 回のときの最良エネルギーが悪く、トータルアニーリング数を変化させると、最良エネルギーの挙動はなだらかとなり、より最適解に近づいている。

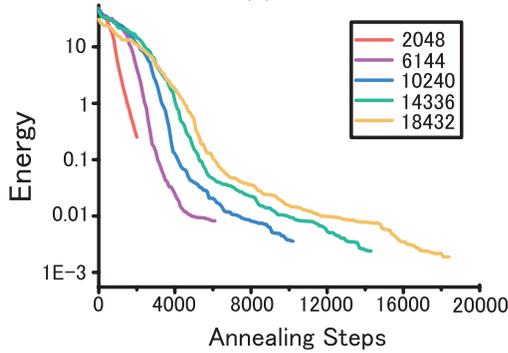
### 3.4 トータルアニーリング数別最良エネルギーの調査

トータルアニーリング数を 20480 回から 20480 刻みに 614400 回まで変化させ、トータルアニーリング数が最良エネルギーに与える影響について調査した。それぞれについて 100 回試行を行い、そのとき得られた最良エネルギーの中央値, 最大値, 最小値を Fig.7 に示す。

トータルアニーリング数を増すと、最良エネルギーの中央値, 最大値は、少しずつだが、最適解に近づいていった。しかし、最小値については、トータルアニーリング数が増すにつれて、最適解に近づくという結果は得られなかった。

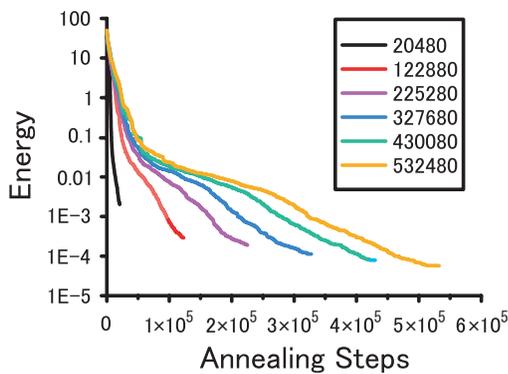


(a) 平均値

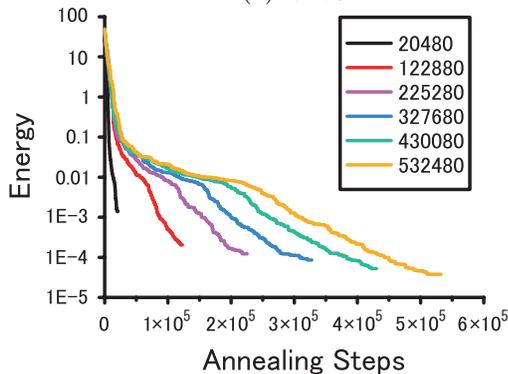


(b) 中央値

Fig. 5 Griewank 関数における解探索の動向 (1)



(a) 平均値



(b) 中央値

Fig. 6 Griewank 関数における解探索の動向 (2)

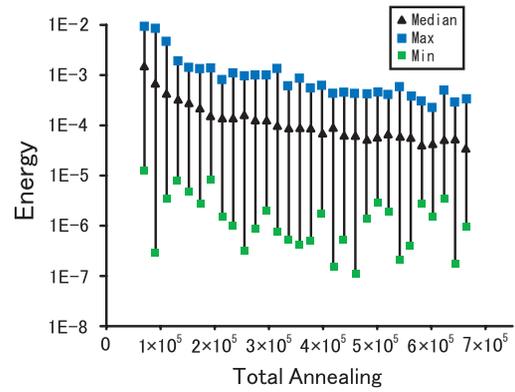


Fig. 7 最良エネルギーの中央値, 最大値, 最小値

### 3.5 考察

3.3の調査により、トータルステップ数を増やすことで、最良エネルギーの挙動がなだらかとなり、より最適解に近い値を得られることがわかった。逆にトータルアニーリング数が少ない場合、少ないステップ数で温度が下がり、局所探索を早期に行うため、急速に最適解に近づくのだと考えられる。しかし、トータルアニーリング数が少ないため、探索が途中で打ち切られる形となっている。

3.4の調査により、トータルアニーリング数を増やすことで、100回試行で得られた最良エネルギーの中央値、最大値については、少しずつだが、最適解に近づいていった。しかし、最小値については、トータルアニーリング数が増えるにつれて、エネルギーが減少するという結果は得られなかった。つまり、最適解に近づくにつれて、探索効率が悪くなっており、アニーリングを重ねたとしても、よい解が得られるかどうかは偶然によるものと言える。これは近傍幅を一定としているため局所探索が効率よく行えていないことによる。つまり、よりよいエネルギーを得るためには、トータルアニーリング数をどこまでも増やすというアプローチではなく、最適解に近づいたら近傍幅を狭める必要があると思われる。

### 4 まとめ

本報告では、Griewank 関数をシミュレーテッドアニーリングで解く際、トータルアニーリング数を変化させることで、解探索、最良エネルギーにどのような影響をもたらすのかについて調査を行った。

結果として、トータルアニーリング数を増やせば増やすほど、最適解に近づくことは明確であった。しかし、最適解に近づくにつれて、探索効率が悪くなっているといえる。これは近傍幅を一定としているため局所探索が効率よく行えていないことによる。つまり、最適解に近づいたらトータルアニーリング数をできるだけ増やすのではなく、近傍幅を狭め、局所探索を行う必要がある。