多目的遺伝的アルゴリズムにおける制約条件の取り扱い

Handling with Constraint on Multi-Objective Genetic Algorithm

鈴木 和徳
Kazunori Suzuki

Abstract: This paper propose a new method for handling with constraint on multi-objective genetic algorithm. In the method, equations of constraint are dealt as another objective function.As a result of an experiment, it became clear that the new method is effective for severe constraint multi-objective ploblems.

1 はじめに

多目的最適化問題は，複数の互いに競合する目的関数を，与えられた制約条件の中で最小化する問題，と定義されている．一般に多目的最適化問題は無数のパレート最適解が存在するため，多点探索である遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithms : GA）を多目的最適化に適用する多目的 GA の研究が多くなされている．

従来の GA では，まずランダムに個体群を生成する．しかし一般的な GA 操作には，制約条件を扱うメカニズムが組み込まれていないため，制約条件が非常に厳しい問題では制約条件を満たす初期個体群を生成することは困難となる．そこで本研究では，制約条件を目的関数として扱い多目的最適化を行うことで，制約条件を満たす個体を探索する手法を提案する．

2 提案手法

2.1 制約条件式を目的関数として扱う多目的最適化

一般的な GA ではまずランダムに初期個体を生成する．しかし対象問題の制約条件が非常に厳しい場合，m 個の制約条件を満たす初期個体群を得ることは難しい．そこで本研究では，制約条件式を目的関数として扱い多目的最適化を行う手法を提案する．提案手法では式 (1) に示す n 目的最適化問題において，式（2）に示すように f_{n+1} を定義する．

$$\begin{cases} Minimize \;\; f_i(x) \;\; (i=1,2,...,n), \\ Subject\ to \;\; c_j(x) \leq 0 \;\; (j=1,2,...,m) \end{cases} \tag{1}$$

$$Minimize \;\; f_{n+1} = \sum_{j=1}^{m} (c'_j)^2 \tag{2}$$

$$c'_j = \begin{cases} 0, \quad if \;\; c_j \leq 0 \;\; , \\ \frac{c_j}{c_{j\_max}} \quad , \quad otherwise. \end{cases} \tag{3}$$

提案手法では制約条件を満たした場合を f_{n+1} の最小値を与え，制約条件を満たさない個体に対しては式（2），（3）を用いて f_{n+1} の値を定める．ただし c_{j_max} は c_j の取り得る最大値を表わす．提案手法ではこのようにして $n+1$ 目的の多目的 GA を行う．

2.2 端切り法

端切り法とは多目的 GA における操作の 1 つであり，広域かつ一様な非劣解を得るために目的関数空間に密に分布する個体を削除するメカニズムである．

しかし本手法では疎密に関わらず，制約を満たさない個体を優先的に削除するように新たなメカニズムを取り入れた．その結果，制約条件を目的関数として加えた多目的最適化によって，制約を満たす個体が得られる．

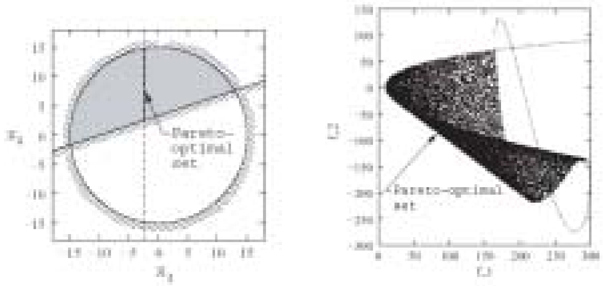
3 数値実験

3.1 対象問題

対象問題として Deb の論文 [1] に紹介されている SRN を用いた．ただし本実験では制約を満たす初期個体を生成することが困難となるように，設計変数の定義域を以下のように変更した．ここで従来の SRN を SRN_1，定義域を変更したものを SRN_2 とする．

$$\begin{aligned} &Minimize \;\; f_1(x) = 2 + (x_1-2)^2 + (x_2-1)^2 \\ &Minimize \;\; f_2(x) = 9x_1 - (x_2-1)^2 \\ &Subject\ to \;\; c_1(x) \equiv x_1^2 + x_2^2 \leq 0 \\ &\qquad\qquad\quad c_2(x) \equiv x_1 - 3x_2 + 10 \leq 0 \\ &SRN\_1 : \begin{cases} -20 \leq x_1 \leq 20 \\ -20 \leq x_2 \leq 20 \end{cases} \\ &SRN\_2 : \begin{cases} -1000 \leq x_1 \leq 1000 \\ -1000 \leq x_2 \leq 1000 \end{cases} \end{aligned} \tag{4}$$

Fig. 1 に SRN_1 の制約領域とパレート最適解の図を示す．



(a) 制約領域　　(b) パレート最適解

Fig. 1　SRN_1

3.2　実験内容

提案手法と，制約を満たす個体をランダムに生成する方法との比較を行った．本実験では SRN_1 と SRN_2 に対して，各手法が制約を満たす個体を 50 個体生成するために必要とした制約条件の判定回数を比較する．

本実験で用いた多目的遺伝的アルゴリズム NCGA[2] のパラメータを Table 1 に示す．

Table 1　パラメータ

Parameters	Value
Population	100
Chromosome Length	20×number of variable
Crossover Rate	1.0
Mutation Rate	1/Chromosome Length
Trial	10

3.3　実験結果

Fig. 2 に実験結果を示す．結果は 10 試行の平均値を示している．

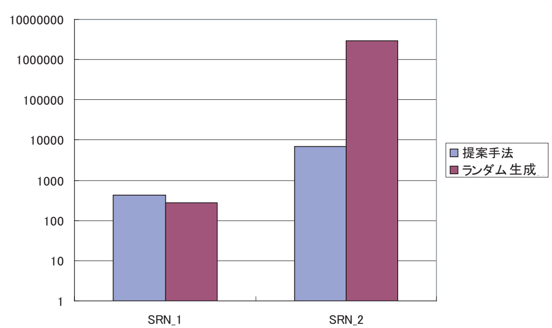


Fig. 2　実験結果

3.4　考察

Fig. 2 より，SRN_1 ではランダムに個体を生成した方が，提案手法よりも少ない判定回数で制約を満たす個体を得られている．これは SRN_1 は制約条件を満たす領域が設計変数空間において比較的広いので，ランダムに固体を生成しても制約を満たす個体を容易に得ることができるためである．

一方，設計変数の定義域が SRN_1 の 50 倍である SRN_2 の結果では，明らかに探索手法の方が少ない判定回数で制約を満たす個体を得ている．

提案手法では，制約条件式を目的関数として加えることによって，制約条件を満たす方向へ探索が進む．そのため制約が厳しい SRN_2 においても，世代が進むにつれ制約を満たす個体を生成できる．

また提案手法では，Fig. 3 に示すように制約を満たす個体を得られた時点で，本来の目的関数に関してもある程度洗練された解を得られる．

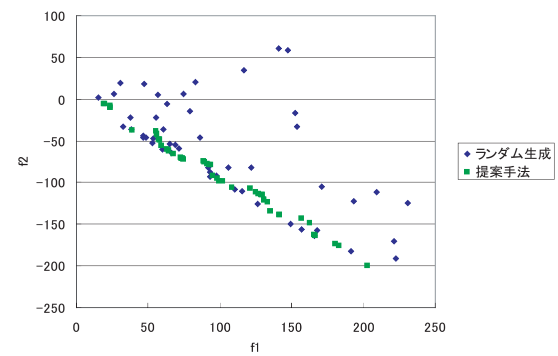


Fig. 3　制約を満たす個体群（SRN_2）

4　まとめ

本研究では，制約条件が非常に厳しい問題において，制約条件を満たす個体群を生成することが困難な場合に，制約条件を目的関数として扱い多目的最適化を行うことで，制約条件を満たす個体を探索する手法を提案した．本実験により，少ない判定回数で制約を満たす個体を得られることが確認できた．また提案手法を用いた場合に得られる制約条件を満たす個体は，本来の目的関数においても探索の進んでいる個体群となっている．

今後は制約を満たす個体を得た後，制約を外れた個体を引き戻すメカニズムを取り入れる必要がある．

参考文献

1) Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, and T. Meyarivan. Constrained Test Problems for Multi-objective Evolutionary Optimization. 2001

2) Shinya Watanabe, Mitunori Miki, Tomoyuki Hiroyasu. Genetic Algorithm Based on Neighborhood Crossover for Multi-Objective Optimization. 2003