多目的最適化問題へのシミュレーテッドアニーリングの適用

The application of Simulated Annealing to Multi-objective Optimization Problems

實田 健
Takeshi JITTA

Abstract: Although Simulated Annealing is a useful approximate solution technique for Multi-Objective Optimization Problems, Genetic Algorithm is the most popular algorithm to solve the problems. In the Intelligent Systems Design Laboratory, so far nobody has made a study of Multi-Objective Simulated annealing. In this paper, MOSA is applied to some test functions to verify its efficiency.

1　はじめに

一般的に最適化とは 1 つの評価 (目的) に対する最適化を行う単一目的最適化のことを意味する．しかし，多くの問題において最良を求めるための評価基準は一つとは限らず，複数存在する場合がある．しかもその評価基準は何らかの形で互いに相反するトレードオフの関係にあることが多い．このような複数の評価基準が存在し，それらの評価基準が互いにトレードオフの関係にある問題を多目的最適化問題という．

この多目的最適化問題を解く手法の一つとして多目的シミュレーテッドアニーリング (Multi objective SA:MOSA) がある．シミュレーテッドアニーリング (SA) は本来単一目的最適化のためのアルゴリズムとして考案されたが，1990 年頃から SA を多目的最適化問題への適用する MOSA の研究が行われるようになった [1)] ．

本研究では高性能な MOSA の開発を目標とし，その前段階として MOSA のアルゴリズムを理解すると共に，簡単なテスト関数に対し，MOSA がどの程度の精度を示すのかを把握する．

2　MOSA のアルゴリズム

2.1　受理確率関数

SA のアルゴリズムは大きく分けて，1．生成処理，2．受理判定，3．状態遷移，4．クーリングの 4 つのプロセスからなる．SA では，1．の生成処理で生成された次状態を受理するかどうかを確率的に決定する．この確率は，現在の状態のエネルギー E と次の状態のエネルギー E' との差分 $\Delta E(= E' - E)$ および温度パラメータ T を用いた Metropolis 基準 (式 (3)) によって判定する．

$$P_{AC} = \begin{cases} 1 & if \quad \Delta E < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) & otherwise \end{cases} \tag{1}$$

この Metropolis 基準はあくまでも唯一の目的関数値によって決定する．したがって，複数の目的関数が存在する多目的最適化問題に Metropolis 基準を用いることは出来ない．そこで，多目的最適化問題に適用可能な受理確率関数が必要であり，すでにいくつかの受理確率関数が提案されている [2)] ．

最も代表的な受理確率関数は Rule SL(Scalar Linear) とよばれ式 (2) で表される．

$$P_r = min\{1, \exp(\frac{\sum_{j=1}^{p} \omega_j \Delta f_j}{T})\} \tag{2}$$

ここで，$\Delta f_j = f_j(x') - f_j(x)$ であり，x(現在の解)，x'(次状態) である．また T は温度，$\omega_j(\omega_1 + +\omega_p = 1)$ は目的関数 f_j に対する重みを示す．その他の受理確率関数については文献 [2)] を参照されたい．

3　アルゴリズム

以下に MOSA のアルゴリズムを示す．

1．初期設定

・各探索点に対応する各解 $x_l(\in S)$ の初期生成 $x_l := x_{l0}$，ステップ数 $k := 0$，温度 $T_k := T_{init}$，解集合のリスト $M := \emptyset$

・各 x_l のうち，非劣解を全て M に追加

2．生成処理

・各 $x_l(\in S)$ について解 x_l の近傍から解候補 x_l' を生成

if x_l' が M の任意の解に対して支配されていない

then x_l' を M に追加し，また x_l' に支配される解が M にある場合はそれを M から削除

3．受理判定

・受理確率関数 P_r の計算

if 受理　**then** $x_l := x_l'$

4．クーリング

・2 と 3 の操作を温度 T_k で十分探索した後

$T_k := \gamma * T_k(0 < \gamma < 1)$

k:=k+1

5．終了判定

・2〜4 の処理を終了条件を満たすまで繰り返す．

このアルゴリズムでは広範囲に渡るパレート最適解を得るために多点探索を行っている．

4　連続最適化問題への MOSA の適用

4.1　対象問題

本実験では MOSA の探索性能を検証するため，次の 2 つの連続多目的最適化問題に MOSA を適用した．また通常の MOSA に加え，各設計変数毎に順に生成・受理判定を行う MOSA(MOSA with Monte Carlo Sweep:MOSA/MCS) を行い比較を行った．

$$ZDT4: \begin{cases} min\ f_1(x) = x_1 \\ min\ f_2(x) = g(x)[1 - \sqrt{x_1/g(x)}] \\ s.t. \\ \quad g(x) = 91 + \sum_{i=2}^{10}[-10\cos(4\pi x_i)] \\ \quad x_1 \in [0,1], x_i \in [-5,5], i = 2,\ldots,10 \end{cases}$$

$$KUR: \begin{cases} min\ f_1(x) = \sum_{i=1}^{n-1}(-10\exp(-0.2\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})) \\ min\ f_2(x) = \sum_{i=1}^{n} \\ s.t. \\ \quad x_i[-5,5], i = 1,\ldots,n, n = 100 \end{cases}$$

4.2　パラメータ

本実験で用いた MOSA のパラメータを Table 1 に示す．

Table 1　Multi Objective SA parameter

	ZDT4	KUR
Number of search points	10	10
Initial Temperature	10	10
Cooling Rate	0.9	0.9
Cooling Cycle	50	200
Number of Temp. Steps	50	50

上記のパラメータのうち探索点の数 (Number of search points)，クーリング周期 (Cooling Cycle)，温度ステップの数 (Number of Temp.) については評価回数が ZDT4：2.5×10^4，KUR：1.0×10^5 となるように設定した．また温度パラメータについては経験的に設定した値となっており，近傍は設計変数空間の 1/10 となるように設定した．

5　数値実験結果

MOSA を ZDT4 および KUR に適用した結果をそれぞれ Fig. 1，Fig. 2，に示す．結果は 10 試行で得られたすべての非劣解集合を示している．

ZDT4 は $f_1(x)$ が x_1 と等しい関係にあり x_2〜x_{10} までの設計変数間に依存関係がない．そのため，同じ評価回数でも各設計変数毎に順に生成・受理判定を行う MOSA/MCS の方がよりパレート最適フロントに近い

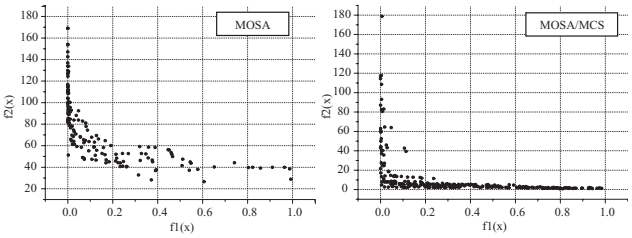

Fig. 1　Pareto optimum individuals(ZDT4)

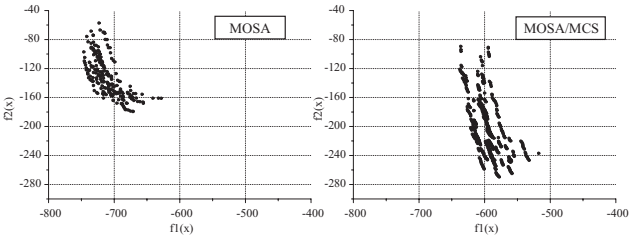

Fig. 2　Pareto optimum individuals(KUR)

結果が得られている．一方 KUR は $f_1(x)$ において連続する 2 変数間に依存関係がある．そのため，設計変数ごとに探索を進める MOSA/MCS と通常の MOSA を比較しても，その形状から一概にどちらが優れているか判断しづらい結果となっている．また，いずれの結果においても得られた非劣解集合には粗密があり，最適フロントからの距離も大きいため，より高性能な探索手法の開発が望まれる．

6　今後の課題

以上の事から今後の課題として次の項目が挙げられる．

・パラメータの検討 (評価回数，温度，近傍 等)
・離散最適化問題への多目的 SA の適用
・設計変数間に依存関係のある問題に対する対処法
・より高性能な手法 (適応化，並列化，ハイブリッド 等) の考案
・文献調査

参考文献

1) P.Czyzack and A.Jaszkiewiez, "Pareto simulated annealing - A metaheuristic technique for multiple-objective combinatorial optimization", *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol.7 pp.34-47,1998

2) P.Serafini and A.Jaszkiewiez, "Simulated Annealing for multi objective optimization problems" , *Proceedings of the 10th International Conference on MCDM*, pp.283-292, Springer Verlag, 1994