

組合せ最適化問題における重要温度領域に関する考察
米澤 基

1 はじめに

シミュレーテッドアニーリング (Simulated Annealing: SA) は、広範囲の組合せ最適化問題に有効な汎用近似解法である。SA は評価関数値の改善方向への推移を確率によって制御することにより局所解に陥りにくいという大きな利点を持つ。しかしながら、解探索の振る舞いを制御する温度スケジュールの設定が非常に困難という欠点を有している。この温度スケジュールについての研究は数多く行われ、多くの例より効果的な探索は温度スケジュールの途中で行われることが明らかになっている。さらに一定温度のみで探索を行うことにより良好な解が得られることも示されている¹⁾。本研究ではこの一定温度の探索で良好な解が得られる温度領域を重要温度領域と呼ぶ。しかしながら、重要温度領域のみの探索では良好な解が得られない問題も存在する。そこで本研究では、代表的な組合せ最適化問題である巡回セールスマン問題 (TSP) を対象として、そのような問題について詳細な解析を行う。また、それにより組合せ最適化問題の特性を検証する。

2 TSP における重要温度領域

本研究では、クーリングを行わない一定温度の SA を TSP²⁾ に適用し、重要温度領域について検証を行った。対象問題には 5 つの TSP (eil51, eil76, pr144, berlin52, st70) を用いた。最高温度に 100000, 最低温度に 0.001 という値を用い、最高温度から最低温度まで等比的に 32 分割し、各温度における解の精度を比較した。結果を Table 1 に示す。なお、重要温度領域を決定する際には式 (1)¹⁾ を用いた¹⁾。

Table 1 各 TSP における重要温度領域

問題名	重要温度	重要温度領域
eil51	1.2	1.0 ~ 2.4
eil76	1.2	0.9 ~ 1.5
pr144	80.0	15.6 ~ 92.8
berlin52	24.0	18.0 ~ 38.0
st70	2.3	1.1 ~ 2.7

$$E[\min\{f(X_1), \dots, f(X_N)\}] \quad (1)$$

¹⁾ 複数の温度で実行した一定温度 SA の中で、最も良好な解を得た温度を重要温度とし、その解から誤差 1% 以内の解を得た温度領域を重要温度領域とする。

Table 1 より、重要温度の値や重要温度領域の範囲は問題に依存していることがわかる。

次に、これら 5 つの問題に対し、逐次 SA と重要温度のみの探索を行う SA (単一温度 SA) を適用し、解精度の比較を行った。その結果、pr144 のみが逐次 SA と比較して単一温度 SA で良好な解が得られなかった (Fig. 1 参照)。pr144 は Fig. 2 に示すように、都市配置に疎な部分と密な部分が混在する問題である。ここで、都市配置が疎密な構成となる問題では重要温度のみの単一温度 SA で良好な解が得られないと考えた。そこで意図的に、より疎密な構成となる問題を作成し検証を行った。

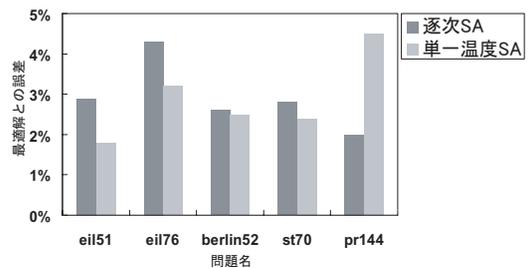


Fig. 1 逐次 SA と単一温度 SA の解精度の比較

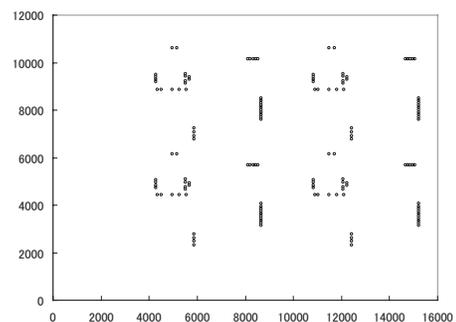


Fig. 2 pr144 の都市配置

3 疎密な構成の問題

3.1 問題の作成

Fig. 3 のようにスケールの異なる eil51 を組合せた問題を作成した。Fig. 3 に示した問題は 1000 倍に拡大した eil51 の原点 (0,0) からユークリッド距離で最も近い都市が、eil51 を 4 つ格子型に隣接させた問題で構成されている問題である²⁾。

Fig. 3 に示した eil51*4-1000 の他に eil51*4-100, eil51*4-800, eil51*1-1000, eil51*9-1000 を作成した。

²⁾ 作成した問題の名前は、eil51*(隣接個数)-(拡大率) とする。

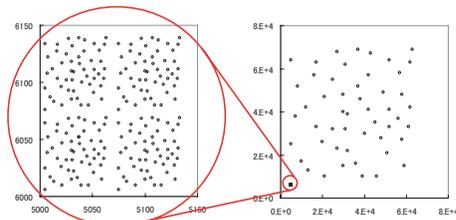


Fig. 3 スケールの異なる問題を組合せた問題 (eil51*4-1000)

3.2 複数の重要温度領域の確認

上記 5 つの問題に 2 章と同様の一定温度の SA を適用して重要温度領域について検証を行った。その結果、eil51*4-800 では Fig. 4 に示すように、重要温度領域が 1200 付近および 5 付近以下に存在することがわかった。その他の問題では eil51*4-100, eil51*9-1000 が 5 付近以下, eil51*1-1000 および eil51*4-1000 が 1500 付近に重要温度領域を確認できた。

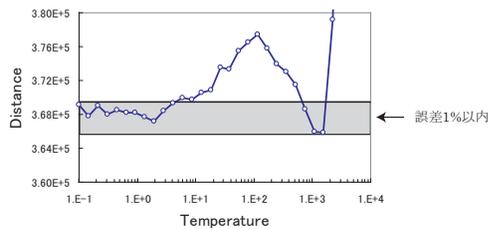


Fig. 4 eil51*4-800 の重要温度領域

4 温度スケジュールに関する考察

4.1 逐次 SA と単一温度 SA の比較

作成した都市配置が疎密な構成である問題に対して、逐次 SA と単一温度 SA を適用し、解の精度の比較を行った。ここで、eil51*4-800 では重要温度領域が 2 つ存在するため両方の重要温度領域で探索を行った。結果を Fig. 5 に示す。

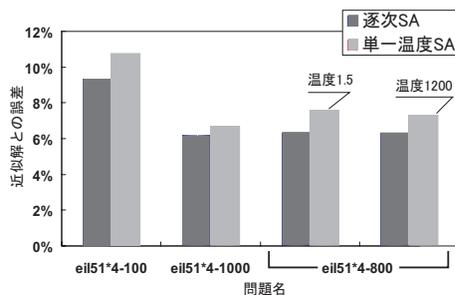


Fig. 5 都市配置が疎密な構成の問題に逐次 SA と単一温度 SA を適用した場合の解精度の比較

Fig. 5 より、作成したすべての問題で単一温度 SA で良好な解が得られていないことがわかる。この結果は pr144 と同様であり、これらのことから、都市配置が疎密な構成の問題では重要温度のみの単一温度 SA では良好な解が得られないことがわかった。

4.2 両方の重要温度領域を探索する SA

重要温度領域が 2 つ存在する問題である eil51*4-800 に対し、Fig. 6 に示すような両方の重要温度領域を探索する SA を適用し、逐次 SA との解精度の比較実験を行った。結果を Fig. 7 に示す。

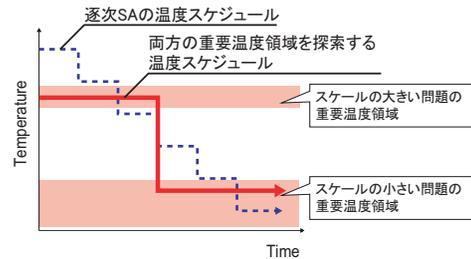


Fig. 6 両方の重要温度領域を探索する温度スケジュール

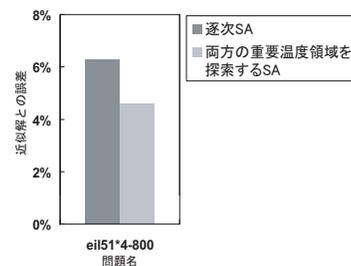


Fig. 7 両方の重要温度領域を探索する SA と逐次 SA の解精度の比較

Fig. 7 より、両方の重要温度領域を高いものから順に探索することで逐次 SA より良好な解が得られていることがわかる。つまり、重要温度領域が 2 つ存在する問題で良好な解を得るためには、どちらか一方の重要温度領域を探索するのではなく、2 つの重要温度領域を重点的に探索することが必要となる。

5 まとめ

本研究では TSP に一定温度 SA や逐次 SA を様々な温度パラメータ設定で適用し、重要温度領域について検証を行った。その結果、スケールの異なる問題を組合せた場合、重要温度領域が複数存在することがわかった。このような問題では単一温度 SA で良好な解が得られない。しかし、複数の重要温度領域を高いものから順に探索すれば良好な解を得ることができる。

6 最後に

本年度の SA 班はついに実問題に取り組む予定です。今まで培ってきた知識を発揮する年になると思います。一緒に頑張っていきましょう。

参考文献

- 1) David T.CONNOLLY. An improved annealing scheme for the qap. *European Journal of Operational Research*, Vol. 46, pp. 93-100, 1990.
- 2) TSPLIB, <http://www.informatik.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/index.html>