

適応的最高温度を持つシミュレーテッドアニーリング  
 實田 健

1 はじめに

シミュレーテッドアニーリング (Simulated Annealing : SA) は, 金属の焼きなまし過程にヒントを得て開発された最適化アルゴリズムであり, 特に組合せ最適化問題に有効な汎用近似解法である. SA は, 解の探索過程において, 次の解候補が改良方向へ生成された場合には確率 1 でその遷移を認め, 改悪方向へ生成された場合でも, 温度とよばれる制御パラメータにより, 確率的に遷移を認めるメカニズムを持つ. これにより理論上は大域的最適解, 実際は準最適解に到達することができる. しかし SA の解探索効率は温度スケジュールに依存しており, 従来的高温から低温への緩慢な冷却方法では, 良好な解を得るまでに非常に多くの計算量を必要とする.

そこで本研究では, SA の高温時における無駄な探索を減らすことを念頭に, SA における最高温度と解の関係について詳細に検証を行い, 問題に固有の重要温度領域という概念を基礎として最高温度を適応的に決定することで, 効率的に探索を行う適応的最高温度を持つシミュレーテッドアニーリング (Adaptive SA for Maximum Temperature : ASA/MaxT) を提案する. また代表的な組合せ最適化問題である巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem : TSP) に適用しその有効性を検証する.

2 TSP における重要温度領域

SA における研究において, 一定温度での探索によって, 良好な解が得られる温度領域が存在することが報告されている. 本研究ではこのような温度領域を重要温度領域と呼ぶ. そこでまず, 高温から低温までそれぞれ一定温度での SA を複数回行い, 解の精度を比較することで, 効率の良い探索が行われる重要温度領域について検証を行う. 対象問題として, TSP のベンチマーク集である TSPLIB から 5 つの TSP を取り上げた. Fig. 1 に ch150 の実験結果を示す. 横軸は各試行での温度, 縦軸にそのときに得られた解の経路長を示す. なお, 本実験は 30 試行の中央値である.

Fig. 1 より, ch150 では温度 10 付近で最も最適解に近い解が得られた. 今回取り上げた 5 つの問題に対して同様の実験を行い求めた重要温度領域を Table 1 に示す.

Table 1 より, どの問題にも重要温度領域が存在するが, 大きさや重要温度領域の範囲は各問題に依存することがわかる.

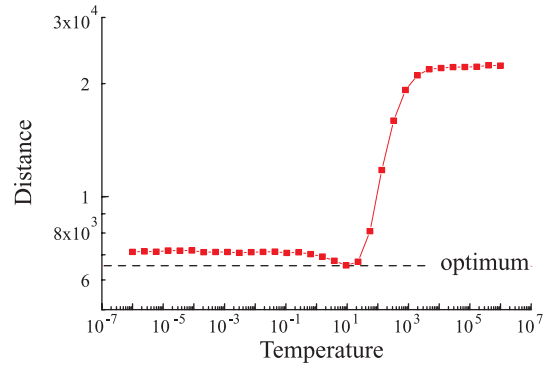


Fig. 1 Important temperature region(ch150)

Table 1 Important temperature region

Problem	$T_{imp}$	Error ratio
a280	1.5 ~ 5	0.0046
ch150	6 ~ 18	0.0049
eil51	1 ~ 4.5	0
kroA100	30 ~ 80	0.0033
pr144	75 ~ 250	0.0030

3 最高温度と解探索性能

SA の最高温度は低すぎると局所解から脱出できず, 解精度が悪化するため一般的に十分高い最高温度が用いられる. この場合, 高温時において無駄な探索が多くなる. そこで, それぞれ異なる最高温度から探索を開始し, SA の最高温度と解の精度について詳細な検討を行った. 実験では,  $1E+6 \sim 1E-6$  の温度範囲を等比的に 32 分割し,  $1E-6$  を最低温度, 残りの 31 温度を最高温度に設定して, それぞれの最高温度から最低温度まで指数型アニーリングを行い解の精度と総探索数, そして重要温度領域について検証を行った. ch150 の結果を Fig. 2 に示す. 左軸に経路長, 右軸に総探索数, 下の軸に最高温度を示す. 解の精度は値が低いほど良好であることを示す. 結果は 30 試行の中央値である.

Fig. 2 より, 最高温度を重要温度領域よりも高い温度以上に設定した場合はすべて同程度の解精度となり, 一方重要温度領域よりも低い最高温度から探索を開始した場合は解精度が悪くなっていることがわかる. また温度が高くなるほど総探索数が増加している. 他の問題でも同様の傾向が得られた. したがって, SA では必要以上

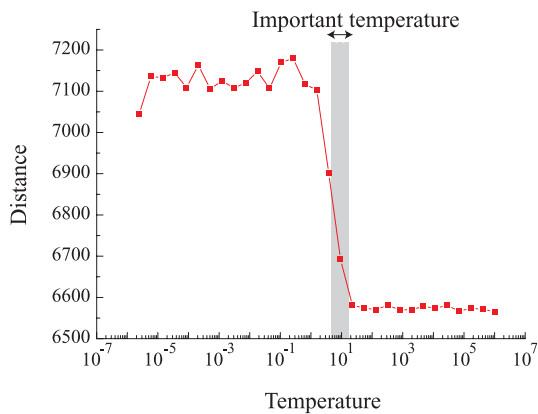


Fig. 2 Relationship between the maximum temperature and the accuracy of solutions

に高温での探索は無駄であり，最高温度は重要温度領域より少し高い値であれば十分であると考えられる．

#### 4 適応的の最高温度を持つシミュレーテッドアニーリング

SA における最適化能力は重要温度領域における探索に大きく依存しており，SA の最高温度は重要温度領域より少し高い値に設定すればよいことがわかった．しかし，各問題において解探索性能がもっとも良好となる重要温度領域を一意に特定するためには多くの予備実験が必要である．そこで，重要温度領域を厳密に特定するのではなく，探索の途中である程度重要温度領域を検知し，その温度領域より少し高い最高温度を特定し，そこから探索を進める適応的の最高温度を持つシミュレーテッドアニーリング (Adaptive SA for Maximum Temperature: ASA/MaxT) を提案する．

ASA/MaxT では，探索の初期において改悪を全く認めない極低温探索を行い，解を局所解に収束させる．その後，温度を上げながら探索を行う．このとき，ある温度に達した段階で解は局所解を脱出し改良方向へ遷移する．さらに温度が上昇し，重要温度領域より高くなると次第に解は改悪方向へ遷移する．

ASA/MaxT では経験的に十分高温とされる最高温度まで加熱を行った後，最終的に解が局所解を上回った時点での温度を最高温度として再設定し，その温度から通常の SA を行う．これにより，重要温度領域より少し高い温度に最高温度を設定することができ，高温部分における無駄な探索を減らすことができると考える．

#### 5 数値実験

ASA/MaxT の性能を検証する実験を行う．5 つの TSP に対して，ASA/MaxT と逐次 SA を適用し，解精度と最適解から誤差 1% の解を発見するのに要したア

ニーリング回数を比較した．解精度の比較を Table 2 に示す．値は 30 試行の中央値である．Table 2 より提案手法における解精度は誤差 1% 以内であり，通常の SA とほぼ同等の解精度であることがわかる．

Table 2 Comparison between the solutions for SA and ASA/MaxT

problem	Error ratio(%)	
	Conventional SA	ASA/MaxT
a280	0.1	0.41
ch150	0.58	0.7
eil51	0.23	0.23
kroA100	0.63	0.7
pr144	0.37	0.25

Fig. 3 に誤差 1% 以内の解を発見するのに要したアニーリング回数を示す．

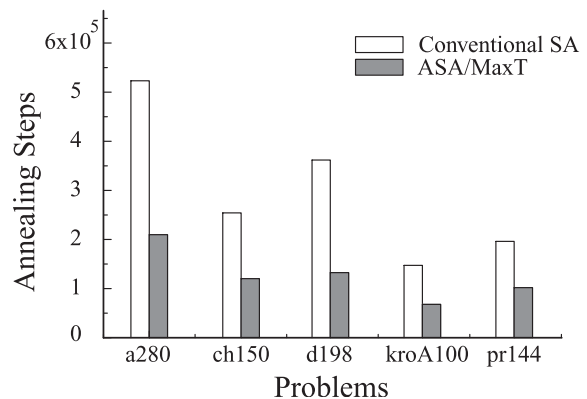


Fig. 3 Total annealing steps for various TSPs

Fig. 3 より，提案手法は従来の経験的に最高温度を設定した逐次 SA に比べて，およそ半分の探索数で逐次 SA と同等の解精度を得られていることがわかる．

#### 6 結論

本研究では SA における最高温度を適応的に設定するメカニズムを持つ新たなアルゴリズムである ASA/MaxT を提案した．そして，数値実験により提案手法が SA の拡張アルゴリズムとして有効であることを確認した．

#### 7 最後に

本年度の SA 班は，実問題への取り組みや共同研究など，これまで以上に研究活動を充実させるとともに，研究以外においてもグループの結束力を向上させる様々な活動を予定しています．研究だけでなく研究室生活全体を充実させようと思っている人，大歓迎です．