

Simulated Annealing

米澤 基

1 前回からの課題

組合せ最適化手法についての文献「モダンヒューリスティクス」と「組合せ最適化問題の最新手法」を分担して読み進め、ゼミ形式で学習を行い、SA に対する理解を深める。

2 達成状況

SA の収束性、特徴、アルゴリズム、改良手法などを学んだ。SA の改良手法の箇所を担当し調査した。以下に SA の概要を述べた上で、様々な改良手法について簡単に説明する。

3 SA の概要

SA は最適化問題の汎用近似解法 (メタ戦略) の一つである。SA の長所としては、理論上は真の最適解が得られることがあげられる。一方、短所は、そのような最適解の定常分布に近づくことを保証するような冷却スケジュールの計算時間はきわめて長くなることである。

この短所を改良する手法として、採択確率、冷却、近傍、サンプリング、コスト関数等を変化させる手法や、他の手法との組合せ、並列処理等が提案されている。

4 改良手法

4.1 採択確率

SA では通常、目的関数の改悪方向への遷移を採択する確率に、Metropolis 基準 $p(\delta) = \exp(-\delta/t)$ を用いるが、次の二つの理由から、これとは異なるものを使用する。

- Metropolis のような指数関数基準を用いて計算時間の短縮に成功したという例がない。
- 指数関数基準の計算時間が大きい。

$p(\delta) = 1 - \delta/t$ を使用するものや、 δ/t の値から照合表を参照して採択確立を求める方法などがある。Fig. 1 に指数関数基準と線形関数基準の採択確率を示す。

4.2 冷却

効果的な探索は冷却スケジュールの途中で行われる。ほぼ全ての近傍解が採択されるような高温でアニーリングを始めると、採択された解自身が初期解と同等になる。また、探索にも時間がかかる。それに対する改良手法として、「採択数がある値を越えたとクーリングを行う」、「比較的低い温度からアニーリングを始める」などがある。反対に、低温時には、遷移はほぼ不可能であ

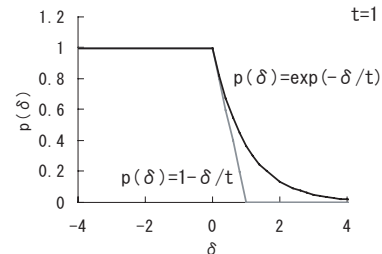


Fig. 1 指数関数基準と線形関数基準の採択確率

り、わずかに改悪した解も採択されない。これは降下アルゴリズムの低速なものと同程度まで退化したことを示す。これらのことから、温度範囲の中間部分のみ探索を行い、節約した時間を使って冷却をゆっくり行うことが有効であると言える。その温度とは局所最適解から抜け出せるだけ十分に高温で、かつこれらの局所最適解を探索するのに十分低温である必要がある。

4.3 近傍

温度の現象に伴って近傍構造を調整することによっても短所を改善することができる。低い温度では小さな遷移のみが採択され、大きい遷移を採択するには多くの時間がかかる。これを避けるため、最大の遷移距離に制限が課し、温度が低下するにつれて近傍制限を減らす操作を行う。

4.4 サンプリング

ランダムサンプリングでは、局所最適解がサンプルされる前に改悪が採択される可能性があり、局所最適解に到達しない場合もある。それを防ぐためにサンプリングを周期的にする。しかしながら、完全に周期的に探索することを避けるためにその周期においてランダムな順序を負荷することが非常に重要である。

4.5 コスト関数

目的関数値の差を高速に計算できない問題もある。これに対しては、目的関数を近似したコスト関数を組み合わせることによって解決できる場合がある。また、局所最適解へ導くコスト関数の重要性も認められており、2つのコスト関数を用いる手法に取り入れられている。

5 翌月への課題

- 引き続き文献の調査を行い、SA に対する理解をより深いものとする。
- 並列プログラミングの基礎を学ぶ。