

Simulated Annealing

輪湖純也

1 はじめに

現在 SA グループでは, SA の基礎勉強として『モダンヒューリスティクス』, 『組合せ最適化問題の最新手法』の読み合わせを行っている. 主に『モダンヒューリスティクス』から SA の特徴, SA の決定事項, SA の理論的収束性について学んだ. ここではこれらについて, まとめる.

2 SA の特徴

従来の最適化問題の解法に, 降下法がある. これは, 常に改善方向に解が移動するため, 解は初期値に依存し, 大域的最適解よりも局所最適解へ収束してしまうという特徴をもつ. これを改善し, 信頼できるヒューリスティック手法は, 次の 2 つの条件を満たす必要がある.

- (1) 最適解が初期値の違いによる影響を受けにくい.
- (2) いくつかの山登り方向への移動を伴う必要があるが, その移動は着実にコントロールされている.

SA は, 次の 3 ステップによりこの条件を満たしている.

(1) 生成処理

近傍をランダムにサンプル.

(2) 受理判定

複数回のヒューリスティックな上方移動は許されるが, その頻度はアルゴリズムによって変化する確率関数に支配されている. この制御方式は, コスト関数の増加量と温度に依存している.

(3) クーリング処理

各温度においてあらかじめ決められた回数 (アニーリング回数) までこのプロセスが繰り返され, 系が安定状態に落ち着くまで温度が下げられる.

3 SA の決定事項

SA は, 汎用アルゴリズムであるため特定問題の解法に応用する場合に, Table 1 に示す事項を決定する必要がある.

Table 1 SA の決定事項

問題設定に関するもの	実行可能な解空間 コスト関数 (目的関数) 近傍構造
SA 自身のパラメータ	初期温度 冷却スケジュール 終了条件

4 SA の理論的収束性

SA は, アルゴリズムの振る舞いをマルコフ過程を用いてモデル化することによりその大域的収束性を証明することができる. ただし, この理論は, 時間 t で収束性を保証するものであり, ランダム法でも t ならば同様に保証されるため, 両手法はで大差ないように思われるかもしれない.

しかし SA は, 有限時間内であっても大域的最適解にかなり近い値を得られるということが経験的に分かっているという点でランダム方より優れている.

5 焼きなまし手順の決定法

一般的な焼きなまし手順の決定法は, 大きく分けて, 温度の上下限と冷却過程の 2 つからなる.

5.1 温度の上下限 (最高温度と最低温度)

初期温度は, 最終値が初期値に依存しなければ, 隣接解との自由な交換を許容するのに十分なだけの高温でなければならない. しかし, これが具体的に何度であるかということは問題毎に異なる.

そこで, 冷却を開始する前にウォームアップ (加熱) 処理を行うことで最高温度と最低温度を自動的に決定する方法が提案されている.

5.2 冷却過程

SA は (1) それぞれの温度 (2) 冷却速度の繰り返し回数によって支配されている. つまり, 温度パラメータの減少率は, すべての焼きなまし手順の成功を左右する.

この理論は「物体が冷却され温度がゆっくりとゼロになる前に, システムが定常分布に限りなく近づく (最適解に限りなく収束すること)」さらに「これを達成するために問題サイズの指数乗の繰り返しプロセスが各温度で必要であること」を示唆している.

ただし, それには多くの処理時間がかかるため繰り返し回数の低減が不可欠である. これは「少ない温度状態で繰り返し回数を増やす」か「たくさんの温度レベルで少なく反復計算を行う」ことのいずれかの方法で達成される.

6 今後の方針

- ・引き続きテキストで SA の基礎勉強を続ける.
- ・MPI による並列プログラミングの学習.
- ・プログラミング言語 (C++) の学習.