

温度並列シミュレーテッドアニーリングにおける重要な温度領域

An important temperature range in Temperature Parallel Simulated Annealing

窪田 耕明

Komei KUBOTA

Abstract: The temperature parallel simulated annealing (TPSA) has been applied to the Multiconstraint Knapsack Problem (MKP), but the effect of the temperature range used in TPSA is not clear. So the effect of the temperature range used in TPSA is investigated in this paper. The results revealed that there is an important temperature value in SA, and the performance of the TPSA depends on whether such important temperature is included between the highest and lowest temperatures used in the TPSA.

1 はじめに

シミュレーテッドアニーリング (SA)¹⁾ は、最適化問題、特に組合せ最適化問題を解く汎用近似解法の一つとして用いられている。しかし SA では、解を得るまでの計算時間が長いという欠点があり、これまでに計算時間の短縮を目的とした並列 SA に関する研究が数多くなされてきた。その中の一つである温度並列 SA (TPSA)⁴⁾ は、並列処理との高い親和性を持っているだけでなく、SA において問題となる温度スケジュールの決定が原理的に不要であるという極めて優れた特長を有している。

しかし、TPSA を用いることで温度スケジュールは自動化されるが、それでも最高温度や最低温度、各プロセスへの温度の振り分けなどは最初に決定しなければならず、これに関しては十分な説明が行なわれていない。一方、これまでの研究において、特定範囲の温度でのアニーリングが効率の良い探索を行うことがわかっている³⁾。

そこで本研究では、代表的な離散問題である多制約ナップサック問題 (MKP) を対象として、温度パラメータが解に与える影響を調べ、MKP における重要な温度領域を明らかにし、TPSA における温度水準に関する問題点を明確にする。これによって TPSA の改良に関する指針を得ることを目的とする。

2 TPSA における重要な温度領域

2.1 MKP²⁾

ナップサック問題は以下のように定義される。n 個の品物 (アイテム) $C_j (j \in N = 1, 2, \dots, n)$ があり、各品物 C_j に重量 a_j 、価値 (効用) p_j が与えられたとき、式 (1) の制約式を満たし、式 (2) で与えられる価値の和が最大になるような品物の組合せを求める問題である。

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq M \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j \tag{2}$$

なお、MKP の近傍構造として、出し入れする荷物が 0 または 1 個となるような近傍 (0-1_change) と、0 または 1 または 2 個となるような近傍 (0-1-2_change) を使用した。

2.2 重要な温度領域

実験で扱うデータは、2 制約 30 荷物の問題を作成し、厳密解を全探索で求めたものを使用した。荷物の価値は 1 から 100 までのランダムな値を使用した。

TPSA の温度水準に関する問題点を明確にするため、作成した MKP に対して解交換を行なわない TPSA を適用し、各温度での解の精度を比較した。結果を Fig. 1 に示す。終了条件は実験的に求めた値 (20 万回) とした。横軸は各プロセスに割り当てた温度、縦軸は得られた解の価値の総和を示す。

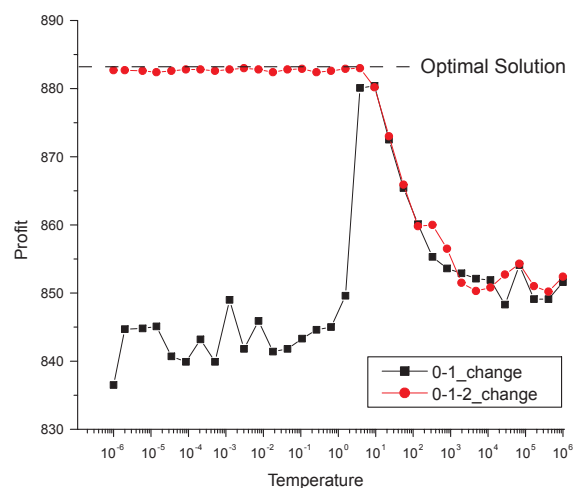


Fig. 1 MKP における重要な温度領域

Fig. 1 より、0-1_change 近傍を用いた場合には、10 付

近に重要温度領域を確認できた。しかし、0-1-2_change 近傍を用いた場合には、低温部での解の精度が良いために、重要な温度領域を特定することができなかった。

この理由として、近傍による改悪エネルギー分布の違いが考えられる。改悪が許されない低温部において、ある荷物を取り出すことを考えると、0-1_change 近傍では、取り出す荷物よりも価値の高い荷物を入れなければ受理されない。それに対して、0-1-2_change 近傍では、ある荷物の一つを取り出すときに、価値の総和が取り出す荷物の価値よりも大きくなるような2つの荷物を選択することでこの問題を回避できる。

3 特殊な MKP における重要な温度領域

3.1 特殊な MKP

前節で述べた考察を明らかにするために、今回作成した問題に特殊な荷物を追加して、近傍による局所解からの脱出を困難にした特殊な問題を作成した。

追加する荷物として、一つの荷物に与えられる2つの制約が、ナップサックの制約条件の限界値となり、価値が最適解の半分程度となるような荷物を考え、元からある荷物と同じ数の30個追加した。厳密解や厳密解における荷物の組み合わせは、元の問題と比べて変化しない。

3.2 重要な温度領域

作成した特殊な MKP に解交換を行なわないTPSAを適用した。Fig. 1と同様の結果をFig. 2に示す。

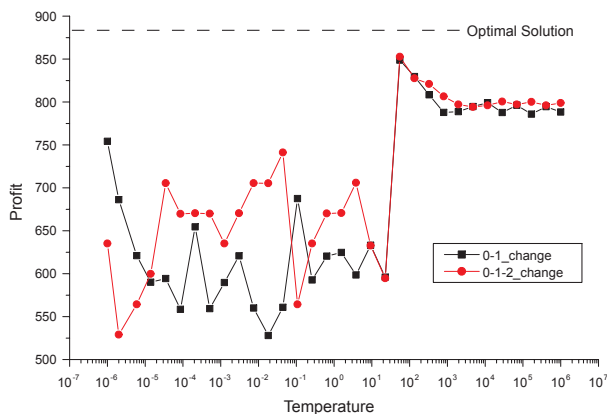


Fig. 2 特殊な MKP における重要な温度領域

Fig. 2より、いずれの近傍においても重要な温度領域を確認することができた。この結果より、局所解から脱出するために必ず改悪を受理しなければならないような問題では、低温部での解の精度が悪くなることが分かった。つまり、Fig. 1における0-1-2_change 近傍を用いた結果で、重要な温度領域を確認できなかったのは、改悪を受理しないで局所解から脱出できるような近傍構造を使用していたからである。

また、Fig. 1と比べて、0-1_change 近傍における重要な温度領域が高くなっていることが分かった。この理由として、局所解を脱出するための改悪エネルギーの値が、元の問題と比べて大きくなったということが考えられる。しかし、厳密解や厳密解における荷物の組み合わせは元の問題と同じなので、収束するのに必要な温度領域は10付近であることを考えると、特殊な問題において局所解を脱出できるような温度では、最適解に収束することができない。このため、Fig. 2では、重要な温度領域における解の精度が良くないと考えられることができる。

これらのことから、重要な温度領域とは、ある問題に対して近傍を決定したときに、その問題の局所解から脱出するための改悪エネルギーを効率よく受理する温度領域ということができる。そのような温度領域で収束することが可能であれば、重要な温度領域だけの一定温度の探索で最適解まで到達することができる。しかし、局所解から脱出するために受理しなければならない改悪エネルギーが大きすぎると、その改悪エネルギーを受理する温度領域と収束させるための温度領域という2種類の温度領域を使い分けなければならない。

つまり、改悪エネルギーの分布に非常に大きなばらつきがある場合は、複数の重要な温度領域が存在すると考えられ、良好な解を得るためにはそれらを的確に選択できるような適応的な手法が求められる。

4 結論

本研究では、TPSAをMKPに適用することで、MKPにおいてアニーリングの性能が良くなるような重要な温度領域の存在を明らかにした。また、特殊なMKPを用いた実験により、重要な温度領域は近傍に依存しており、近傍によって異なる改悪エネルギーと密接に関係していることも明らかにした。今回行った実験により、TPSAにおける温度水準に関する問題点を明確にし、TPSAの改良のための指針を得たといえる。

参考文献

- 1) Kirkpatrick, S., Gelett Jr. C. D., Vecchi, M. P. *Optimization by Simulated Annealing*. Science, 1983.
- 2) A.Drexl A Simulated Annealing Approach to the Multiconstraint Zero-One Knapsack Problem *Computing*, vol.40 pp.1-8, 1988
- 3) David T.Connolly. An improved annealing scheme for the QAP. *European Journal of Operational Research*, 1990.
- 4) 小西健三, 瀧 和男, 木村宏一. 温度並列シミュレーテッドアニーリング法とその評価 *情報処理学会論文誌*, Vol. 36, No. 4, pp.797-807, 1995