

温度並列シミュレーテッドアニーリングにおける重要温度

Important Temperature in Temperature Parallel Simulated Annealing

窪田 耕明

Komei KUBOTA

Abstract: The temperature parallel simulated annealing (TPSA) has been applied to the traveling salesman problem (TSP), but the effect of the temperature range used in TPSA is not clear. So the effect of the temperature range used in TPSA is investigated in this paper. The results revealed that there is an important temperature value in SA, and the performance of the TPSA depends on whether such important temperature is included between the highest and lowest temperatures used in the TPSA.

1 はじめに

シミュレーテッドアニーリング (SA)¹⁾ は、最適化問題、特に組合せ最適化問題を解く汎用近似解法の一つとして用いられている。しかし SA では、解を得るまでの計算時間が長いという欠点があり、これまでに計算時間の短縮を目的とした並列 SA に関する研究が数多くなされてきた。その中の一つである温度並列 SA (TPSA)²⁾ は、並列処理との高い親和性を持っているだけでなく、SA において問題となる温度スケジュールの決定が原理的に不要であるという極めて優れた特長を有している。しかし、TPSA を用いることで温度スケジュールは自動化されるが、それでも最高温度や最低温度、各プロセスへの温度の振り分けなどは最初に決定しなければならず、これに関しては十分な解明が行なわれていない。

そこで本研究では、代表的な離散問題である巡回セールスマン問題 (TSP) を対象として、TPSA における温度水準に関する問題点を明確にし、TPSA の温度設定のための指針を得る。

2 TSP における温度

TPSA の TSP への適用についてはこれまでに研究されているが、それらの研究においては温度パラメータの設定は経験的に決められたものであり、その影響については述べられていない。一方、これまでの研究において、特定範囲の温度でのアニーリングが SA の性能に大きく影響することがわかっている³⁾。本研究では、温度パラメータが解に与える影響を調べ、TSP における重要な温度を明らかにし、対象問題と重要温度の関係を検証する。これによって TPSA の最高温度と最低温度の決定に関する指針が得られる。

3 温度による解の精度の違い

本研究では、TSP のベンチマーク集である TSPLIB⁴⁾ を利用し、対象問題として 5 つの TSP を取り上げた。そ

してそれらの問題に対して解交換を行わない TPSA を適用することで、重要温度の存在を確認した。Fig. 1 にその中の一つである eil51 の結果を示す。また eil51 に用いたパラメータを Table 1 に示す。各プロセスの温度は、最高温度から最低温度までを等比的に割り当てた。Fig. 1 では横軸に各プロセスの温度、縦軸に経路長を示している。試行回数は 20 回である。Fig. 1 より、eil51 では 2 付近が重要温度だと考えられる。

Table 1 eil51 に用いたパラメータ

アニーリング数	160000
温度数	32
最高温度	1.0E + 06
最低温度	1.0E - 02

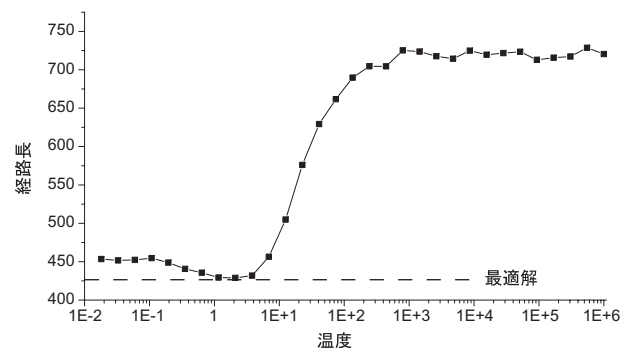


Fig. 1 解交換を行わない TPSA の各温度での結果

4 重要温度

4.1 対象問題と重要温度の関係

今回取り上げた 5 つの問題の最適解と上のようにして求められた重要温度を Table 2 に示す。

Table 2 より、最適解が大きくなるにつれ重要温度も高くなっていることがわかる。しかし、その割合は一定ではないこともわかる。その原因として都市数の違いが考えらる。

問題	都市数	最適解	重要温度
eil51	51	426	2
kroA100	100	21282	50
pr152	152	73682	130
bier127	127	118282	180
pr76	76	108159	300

ここで、Fig. 2 にそれら 5 つの問題の厳密解における平均経路長（最適解/都市数）と重要温度の関係を示す。図中の直線の傾きは $1/4$ である。この図より、各問題の厳密解における平均経路長と重要温度にはほぼ比例関係があることがわかる。

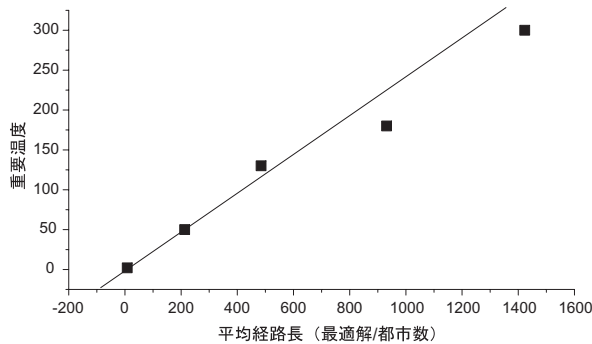


Fig. 2 平均経路長と重要温度の関係

4.2 テスト問題による重要温度の検証

対象問題と重要温度の関係を明確にするため eil51 を基本として、次に示すようなテスト問題を作成して重要温度について検証した。Fig. 1 と同様の結果を Fig. 3 に示す。

1. eil51 のスケールを 10000 倍にした問題 (eil51-A)
2. eil51 の各都市に近接してそれぞれ一つずつ都市を加えた 102 都市の問題 (eil51-B)

Fig. 3 より、eil51-A での重要温度は約 20000 となり、eil51 の重要温度である 2 と比較して 10000 倍になっている。すなわち問題のスケールが 10000 倍になれば、重要温度も 10000 倍になり、平均経路長と重要温度が比例関係にあることがわかる。

また、eil51-B の重要温度が eil51 と等しくなったことから、最適解がほぼ等しく都市数だけが 2 倍になっても重要温度は変化しないことがわかる。つまり、eil51-B のように経路長の分布に大きなばらつきがある場合、(最適解/都市数)/4 = (重要温度) という Fig. 2 で示した実験的な関係は成立しない。

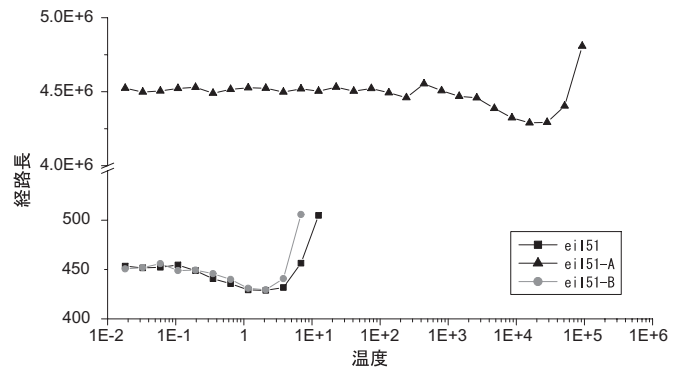


Fig. 3 問題による重要温度の違い

すなわちここで取り上げた 5 つの問題は、いずれも経路長の分布のばらつきが少なかったため、Fig. 2 で示したような比例関係が成立していたと考えられる。したがって今回の実験結果より、ある問題が与えられ、その問題の経路長の分布のばらつきが大きくなければ、ここで示した実験的關係から最適解と都市数から重要温度を導くことができる。

しかしながら、未知の問題が与えられた場合は最適解は事前に求められない。この場合には最適解の近似値として例えば 2-opt 法などで局所解を求めて、それを最適解の近似解として用いればよい。TSP の場合には最適解と局所解では 10 % ほどの誤差が生じるが、これによる重要温度へ影響は 10 % 程度であり、しかも高温側にずれる。このためこの温度を最高温度とすることも可能である。

5 結論

本研究では、TPSA を TSP に適用することで、TSP においてアニーリングの性能が良くなるような重要な温度の存在を明らかにした。また、テスト問題を用いた実験により、経路長にばらつきが少ない場合には、重要な温度は各問題における平均経路長と関係していることを示した。こうして重要温度は最適解と都市数から導くことができる。TPSA における最高温度、最低温度はその重要温度を挟むように設定すればよい。

参考文献

- 1) Kirkpatrick, S., Gelett Jr. C. D., Vecchi, M. P. *Optimization by Simulated Annealing*. Science, 1983.
- 2) 小西健三, 瀧和男, 木村宏一. 温度並列シミュレーテッドアニーリング法とその評価. 情報処理学会論文誌, 1995.
- 3) David T. Connolly. An improved annealing scheme for the QAP. *European Journal of Operational Research*, 1990.
- 4) TSPLIB, <http://www.iwr.uniheidelberg.de/iwr/comopt/software/TSPLIB95>