

# 適応的近傍を持つシミュレーテッドアニーリングの性能

## Performance of Simulated Annealing with Adaptive Neighborhood

小野 景子

Keiko ONO

**Abstract:** When applying Simulated Annealing (SA) to the numerous peak continuation optimizing problem, the automatic control of the size of the neighborhood becomes necessary. In the past, this control was using the neighborhood control rule to make acceptance percentage become 0.5 for and moreover for it to be able to get experimentally. However, whether or not it was good or whether or not to be was better for the other acceptance percentage if making acceptance percentage become 0.5 wasn't clear. It succeeded in making the problem point of such a technique clear in this study and having high efficiency and moreover incorporating an adaptable mechanism into the neighborhood control rule.

### 1 はじめに

シミュレーテッドアニーリング<sup>1)</sup> (以下 SA と略す) は, 組み合わせ最適化問題に有効な汎用アルゴリズムである. 一方, 連続最適化問題に SA を適用する場合, 解振動に用いる近傍は目的関数ごとに設定しなければならない. これに対して, Corana の手法は近傍の幅を受理率を 0.5 になるように調節し, 近傍設計を自動化したものである. しかし, 近傍調節に用いられる受理率の変化による解の精度の違いは明らかになっていない.

本研究では, 最も良い近傍設計はどのようなものかを調べ, 問題に適応する振動近傍を持つシミュレーテッドアニーリングを提案する. また, 代表的な数学関数最小化問題 (Rastrigin 関数, Griewank 関数) に本手法を適用し, その有効性を検証する.

### 2 Corana の手法とその問題点

Corana が提案した SA<sup>2)</sup> は, 無駄な探索が生じるのを防ぐため, 解振動に用いる近傍の範囲を受理率が 0.5 になるよう近傍を調節するアルゴリズムである. このアルゴリズムにおいて, 解振動は式 (1) で表される一様分布の近傍を考え, 現在の各設計変数  $x_i$  から, 次状態の各設計変数  $x'_i$  を次式によって生成する.

$$x'_i = x_i + rm \quad (1)$$

$$\begin{cases} m' = m \times g(p) \\ g(p) = 1 + c \frac{p-p_1}{p_2}, & \text{if } p > p_1 \\ g(p) = \left(1 + c \frac{p_2-p}{p_2}\right)^{-1}, & \text{if } p < p_2 \\ g(p) = 1, & \text{otherwise} \\ p_1 = 0.6, p_2 = 0.4 \end{cases} \quad (2)$$

ここで,  $r$  は  $[-1, 1]$  の一様乱数である. また,  $m$  は近傍レンジを決定するパラメータである. このパラメータ  $m$  を式 (2) に示す受理率  $p$  によって変化する関数  $g(p)$  を用いて決定する.

ここで  $p$  は, 近傍レンジを変更する間隔  $N$  の間に解振動が受理された回数  $n$  から,  $p = n/N$  と計算される. また,  $c$  はスケールパラメータである. 本研究では Corana と同様に  $c = 2$  としている.

Corana の手法を用いることにより, 連続関数に SA を適用した場合の近傍設計を自動化できるが, 受理率が 0.5 になるように近傍を調節するのかという根拠が示されていない. そこで, 適切な受理率について検討を行う. Fig. 1 は, 横軸はアニーリング回数, 縦軸は近傍幅, およびエネルギーを示している. Rastrigin 関数では近傍幅が 1 程度で局所最適解から脱出することが可能である. Fig. 1 より受理率を 0.5 に保つ方法では, 極めて初期の段階で近傍幅が 1 以下となり, 局所最適解に陥ることが分かる. また, Rastrigin 関数の最小値は 0 であるが, Fig. 1 のエネルギー履歴を見ても, 局所解に陥っていることが分かる. 一度, 局所解に陥ると, 振動における次状態のエネルギーが高くなる場合が多くなり, そのため受理率が低下する. この低下を補うために, 近傍幅が小さくなる. すると, ますます局所解から脱出することは困難となる. このことから, 受理率を 0.5 に保つ方法は, 局所解に陥ることを加速することが分かった.

### 3 Corana の手法の改良

適応的近傍を用いない一般的な SA では受理率は最終的には非常に低くなることから, 受理率を 0.5 に保つ方法では, 近傍が小さくなりすぎ, 局所解に陥る. そこで, 受理率をもう少し小さな値に保つことを考える. Corana の手法を用いて受理率が 0.3, 0.1, 0.05, および 0.01 になるように式 (2) において  $p_1$  および  $p_2$  を変更した. 例えば, 受理率 0.1 に保つ場合には,  $p_1 = 0.05, p_2 = 0.15$  とした. アニーリング開始時は温度が高いため, 受理率が高くなり, 小さな受理率を最初から実現する事は出来ない. そのため, それらの受理率が実現できる温度にな

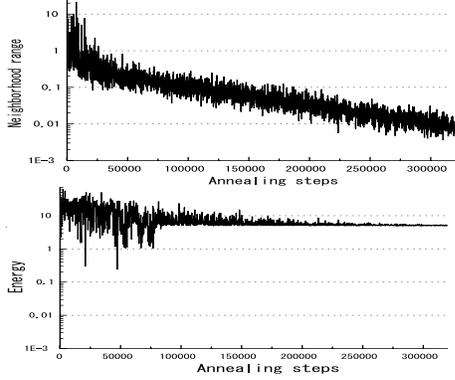


Fig. 1 近傍幅とエネルギーの履歴 (Rastrigin)

るまで従来の Corana の手法を用いることにした .

Fig. 2 は受率率 0.1 を実現しようとした場合の受率率の履歴である . 横軸はアニーリング回数 , 縦軸は受率率を示している . ここで , アニーリング回数 10 万回までは , 受率率を 0.5 に保ち , その後 , 目標とする受率率にした . この図より受率率 0.1 ではなく 0.27 程度の高い受率率になっていることが分かる . 式 (2) において ,  $p_1 = 0.05$  とした場合 , 0.27 の受率率では近傍幅は増加し , これによって , 受率率はさらに減少するはずである . それにも関わらず , 受率率が減少しない . 近傍幅を大きくする拡大率が小さすぎるためだと考えられる . Corana の手法は受率率が 1.0 の場合は近傍幅を 3 倍にするが , この倍率を大きくする必要がある . しかし , この値は問題に大きく依存しており , このため , この倍率を適応的にする必要があると考えられる .

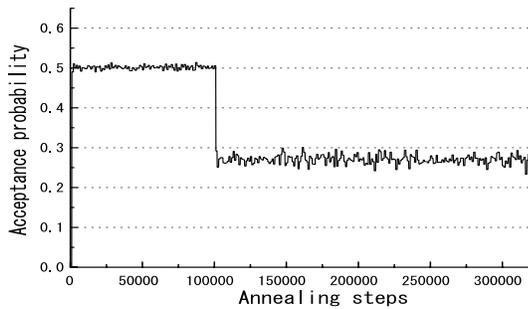


Fig. 2 受率率 (Rastrigin)

#### 4 新しい適応的近傍の設計

Corana の手法の改良では小さな受率率を実現することが出来なかったが , 小さな受率率を実現することの出来る新しいアルゴリズムを提案する . このアルゴリズムは , 式 (3) に示す階段関数を用いて受率率から近傍幅を決定する . この時 , 近傍幅を増加させる拡大率  $H_0$  を , 式 (4) のように再帰的に定義し , 受率率が下がりにくい時には , 拡大率が十分な大きな値になるようにした .

ただし , アニーリング初期には温度が高いため , 近傍

幅が設計領域全域まで拡大しても , 指定された小さな受率率を実現することが出来ない . このため , アニーリング初期は受率率が 0.5 になるように近傍を調節し , その後 , 固定近傍でアニーリングを行い , 受率率が指定された値まで減少した後 , 提案したアルゴリズムを用いる .

$$\begin{cases} m' = m \times g(p) \\ g(p) = H_0(p'), & \text{if } p > p_1 \\ g(p) = 0.5, & \text{if } p < p_2 \\ g(p) = 1.0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} H_0 = H_0 \times H_1, \\ \text{(初期設定 : } H_0 = 2.0) \\ H_1 = 2.0, & \text{if } p' > p_1 \\ H_1 = 0.5, & \text{if } p' < p_2 \\ H_1 = 1.0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

ここで  $p$  は , 近傍の範囲を変更する間隔  $N$  の間に解振動が受理された回数  $n$  から ,  $p = n/N$  と計算される . また , ここで  $p'$  は , 近傍幅のパラメータ ( $H_0$ ) を変更する間隔  $L$  の間に解振動が受理された回数  $l$  から ,  $p' = l/L$  と計算される .

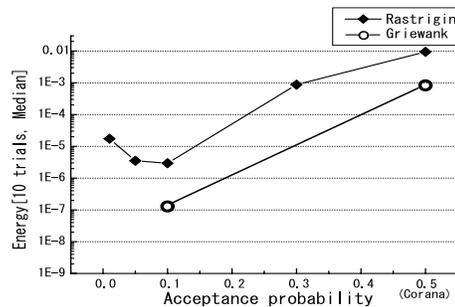


Fig. 3 エネルギーの結果

Rastrigin 関数について一定の受率率を保った場合の最小エネルギーを Fig. 3 に示す .

Fig. 3 より , 受率率を 0.5 に保つ従来の方法は , 良好な精度を与えず , 最適な受率率は 0.1 であることが分かる .

Griewank 関数に関数に関しても , 従来の方法より受率率を 0.1 に保つ方が良質な解を得られることが分かった .

#### 5 結論

SA を連続最適化問題に適用する場合 , 近傍の大きさの調整が必要不可欠となる . 本研究では , これまで対象問題ごとに考えていた近傍調節を自動化する手法を提案した . そして実験結果より本手法が SA の拡張アルゴリズムとして有効であることを確認した .

#### 参考文献

- 1) 喜多一 . シミュレーテッドアニーリング . 日本ファジィ学会誌 , 1997 .
- 2) Corana, A., Marchesi, M., Martini, C. and Ridella, S.: Minimizing Multimodal Functions of Continuous Variables with the "Simulated Annealing" Algorithm, ACM Trans. on Mathematical Software (1987).