

温度並列シミュレーテッドアニーリングにおける重要温度と改悪エネルギーの分布

Important temperature and distribution of changing energy for the worse at TPSA

吉田 武史, 窪田 耕明

Takeshi Yoshida, Koumei Kubota

Abstract: There is an important temperature for applying TPSA to each problem. So we do experiment that a specific changing energy for the worse is accepted, we realize that the energy of solutions has especial fluctuating at important temperature. In this paper, we describes the relations among important temperature and changing energy for the worse, and show the proper way of controlling temperature.

1 はじめに

温度並列シミュレーテッドアニーリング (TPSA)¹⁾ は、最適化アルゴリズムの一つであるシミュレーテッドアニーリング (SA) を改良した並列アルゴリズムである。TPSA では、逐次 SA で決定困難な温度スケジュールを自動化でき、逐次 SA と比較して計算時間および解の精度の点で優れていることがわかっていてる。しかし、各プロセスへの温度の振り分け、最高温度、最低温度などのパラメータの初期設定によって温度スケジュールが変化し、それによって性能が大きく変化する欠点を持つ。

一方、これまでの研究において、特定範囲の温度でのアニーリングが SA の性能に大きく影響することがわかっていてる²⁾。しかしどの温度が重要であるかという研究はあまり行われていない。

本研究では、代表的な最適化問題である巡回セールスマン問題 (TSP) に TPSA を適用することによって重要な温度の影響を明らかにし、SA の特徴である改悪方向への遷移を検証することによって、個々の問題における重要温度を明らかにする。

2 TPSA における重要温度の確認

TPSA では、各プロセスに温度を割り当てる必要がある¹⁾。また重要温度付近を担当しているプロセスが多ければ多いほど、解の精度がよくなることも示されている³⁾。そこで解交換を行わない TPSA を用いて重要温度の存在を確認する。

対象問題として 51 都市の巡回セールスマン問題 (eil51)¹⁾ を取り上げる。実験で用いたパラメータを Table. 1 に、各プロセスの結果を Fig. 1 に示す。各プロセスの温度は、最高温度から最低温度を等比的に割り当てる。Fig. 1 では横軸に各プロセスの温度、縦軸に経路長

を示している。試行回数は 20 回である。

Table 1 Parameters of TPSA

アニーリング数	163200
温度数	32
最高温度	1000000
最低温度	0.01

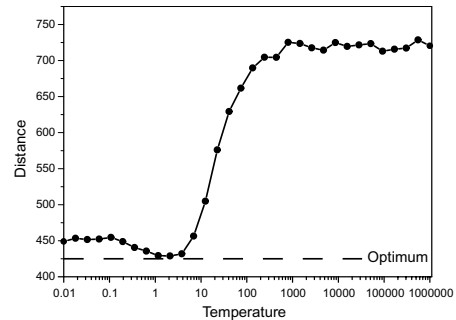


Fig. 1 Result of TPSA(20trial)

Fig. 1 より、eil51 では 2 度付近が重要温度だと考えられる。そこで次に、重要温度と他の温度を比較し、重要温度が何に影響しているかを検証する。

3 改悪エネルギーと重要温度

ここでは各温度での状態遷移について詳細に実験を行い、改悪エネルギーと温度の関係を検証する。

3.1 各温度での ΔE の分布

SA の生成処理では、現在の状態 x を与えられて次に遷移すべき状態 x' を返す。次の状態 x' のエネルギー E' と現在の状態 x のエネルギー E との差分 ΔE と、温度 T から式 (1) によって受理判定を行う。

$$A(E, E', T) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E < 0 \\ \exp(-\frac{\Delta E}{T}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

まず、解交換しない TPSA において各プロセスでどのような ΔE が発生しているか検証する。対象問題として

¹⁾TSPLIB(<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/software/TSPLIB95/>)

Fig. 1 で用いた eil51 を用い、各プロセスにおける ΔE の頻出分布を比較した。3つのプロセスの結果を Fig. 2 に示す。横軸は ΔE の大きさ、縦軸は総アニーリング回数に対してその ΔE が発生した比率である。

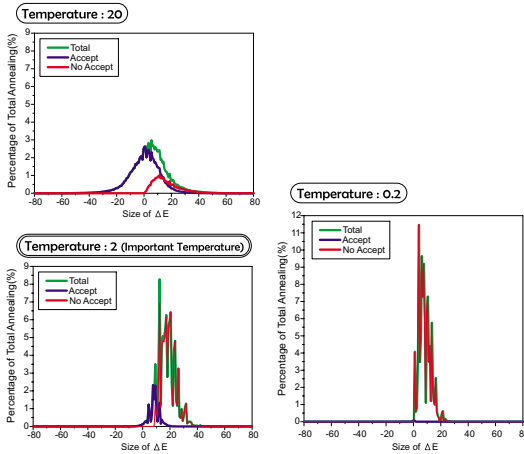


Fig. 2 Distribution of changing energy at each process

Fig. 2 より、受理する改悪エネルギーの大きさが、割り当てた温度によって変化していることがわかる。温度 20 のプロセスは受理する改悪の大きさ、頻度ともに重要温度のプロセスより大きく、Fig. 1 で精度が悪い。また温度 0.2 のプロセスは改悪を全く受理せず、局所解に収束している。一方、重要温度である温度 2 のプロセスでは、ある大きさまでの改悪を効率よく受理しているため、良質な解を得ていると考えられる。

そこで次に、この問題でどのような改悪を受理することが重要かを検証する。

3.2 重要な改悪

ここでは改悪の受理基準が異なる 2つのアルゴリズムを用いて、重要と考えられる改悪を検証する。どちらのアルゴリズムも、SA における温度パラメータを用いず、受理基準を以下のように設定したものである。

指定する範囲の改悪のみ受理する (algorithm1)

受理判定として式 (2) を用いる。

$$A(E, E', T) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E < 0 \\ 1 & \text{else if } W_1 \leq \Delta E < W_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

この基準では W_1, W_2 の範囲内の改悪だけを 100% の確率で受理し、どの範囲の改悪エネルギーを受理することが重要かを検証する。

指定する改悪以下を受理する (algorithm2)

受理判定として式 (3) を用いる。

$$A(E, E', T) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E < 0 \\ 1 & \text{else if } 0 < \Delta E \leq W \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

W 以下の改悪は 100% の確率で受理し、重要な改悪エネルギーの大きさを検証する。

対象問題として eil51 を用い、最大改悪エネルギーとして 20 を用いる。20 とは、Fig. 2 で重要温度のプロセスが受理している改悪エネルギーの最大値である。algorithm1 では 2 区切り、0.2 区切りで W_1, W_2 を設定し、algorithm2 では W を 0.2 区切りで設定した。結果を Fig. 3, Fig. 4 に示す。Fig. 3 では横軸に改悪エネルギーの大きさ、縦軸に経路長を示す。また Fig. 4 は Fig. 3 の結果を得る時に受理した改悪の数である。

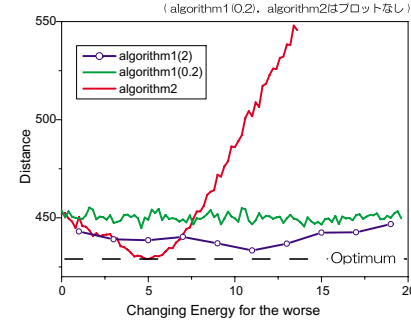


Fig. 3 Result of algorithm1 and algorithm2(20trial)

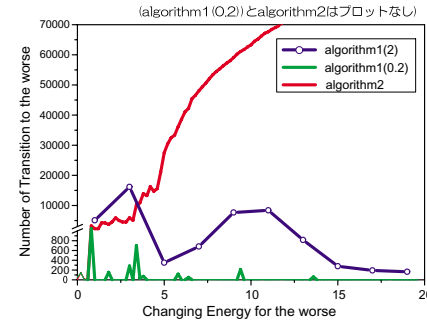


Fig. 4 Result of algorithm1 and algorithm2(20trial)

Fig. 3 より、algorithm2 では改悪エネルギー 5 付近で最適解を見つけている。しかし受理する改悪が 5 以下では精度が悪くなり、5 から増加すると大きな改悪の受理回数が多くなり、解が収束しない。

一方、algorithm1 では、受理する改悪エネルギー幅が 0.2 とせまい場合、Fig. 4 より改悪をほとんど受理せず、局所解に収束する。また幅を 2 に大きくすると、改悪を受理することによって解の精度が向上する。しかし、algorithm2 で重要と考えられた 5 付近の改悪だけを受理しても、最適解を得ることはできなかった。

以上の結果より eil51 では 5 周辺までの改悪を受理することが重要と考えられる。重要温度を割り当てたプロセスは、この重要な改悪を効率的に受理することによって、良好な解を得ている。

4 受理確率と重要温度

3.2節において、重要温度付近のプロセスは、重要な改悪を効率よく受理することであることで良好な解を得ることを示した。しかし、通常の受理判定は式(1)で示すMetropolis基準を用いている。そこでalgorithm2における改悪の受理確率を変化して追加実験を行う。

4.1 受理確率による比較

Fig. 3での実験と同じ対象問題、パラメータを用いて、改悪の受理確率を100%、50%、10%に設定し比較する。実験結果と一部の拡大図をFig. 5, Fig. 6に示す。Fig. 5では縦軸に経路長, Fig. 6では改悪での受理数を示す。また試行回数は20回である。

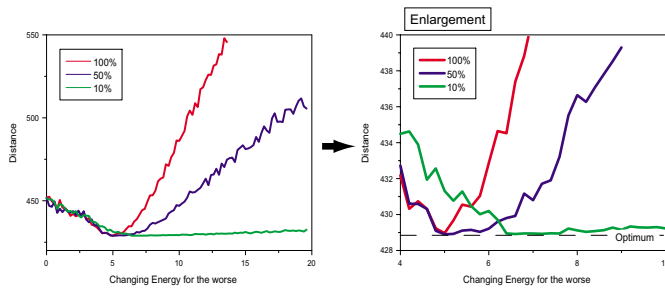


Fig. 5 Comparison of three accept ratio algorithm2(20trial)

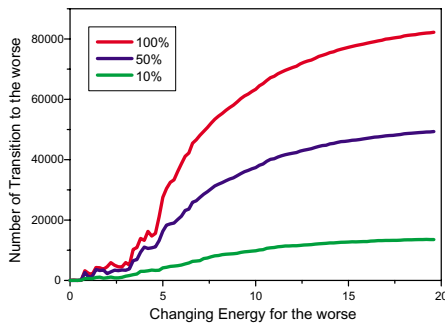


Fig. 6 Comparison of three accept ratio algorithm2(20trial)

受理確率が低いほど、最適解を得る改悪エネルギーが大きくなるのが、Fig. 5の横軸の値よりわかる。この違いはFig. 6にしめす重要改悪以下と以上での受理数が原因と考えられる。

重要改悪以下が受理対象の範囲では、局所解に収束するため良好な解がでないが、重要改悪に近づくとともに精度が向上する。受理確率100%の場合、重要改悪が受理対象の範囲になると、その改悪を十分に受理するため容易に最適解を見つけるが、受理確率が低いと改悪をあまり受理しないため、受理対象範囲が少し大きくなることによって最適解を得ている。

一方、重要改悪以上の改悪が受理対象の範囲になると、受理確率が高いと解が収束しない。しかし受理確率が低

い場合、すべての改悪をあまり受理しないが、受理した中に重要改悪が含まれるため最適解が得ることができると思われる。

つまり重要改悪とは、各問題において最低限受理しなくてはならない改悪の大きさで、重要温度はその大きさまでの改悪を適度に受理し、解が収束しなくなるような大きな改悪を受理しない温度と考えられる。

4.2 温度からの検証

Fig. 1の結果より、eil51において重要温度は2付近であることがわかった。この温度を挟む3つの温度でのMetropolis基準による受理確率をFig. 7に示す。Fig. 7では横軸に改悪の大きさ、縦軸に受理確率を示す。Fig.

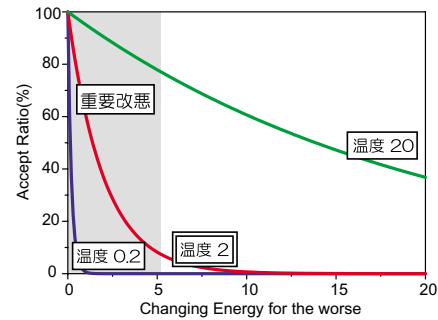


Fig. 7 Accept Ratio of Metropolis

7ではFig. 3で示すalgorithm2の精度が良好な改悪エネルギーの範囲を重要改悪としている。Fig. 7より、重要温度2は重要改悪を集中的に受理していることがわかる。一方、温度が低すぎると十分改悪を認めず、高すぎると改悪を認めすぎる。

このように、TPSAで重要温度を割り当てたプロセスでは、重要な改悪を含む範囲の改悪エネルギーを効率的に受理することによって、良好な精度を示すと考えられる。

5 結論

本研究では、TPSAにおける重要温度を検証した。その結果、対象問題に重要な改悪が存在することを確認した。TPSAにおいて重要温度付近のプロセスは、この改悪を含む改悪エネルギーを確率的に受理することによって良好な精度を保つことがわかった。

参考文献

- 1) 小西健三, 瀧和男, 木村宏一. 温度並列シミュレーテッドアニーリング法とその評価. 情報処理学会論文誌, 1995.
- 2) David T. Connolly. An improved annealing scheme for the qap. *European Journal of Operational Research*, 1990.
- 3) 窪田耕明, 三木光範, 廣安知之. 温度並列シミュレーテッドアニーリングの巡回セールスマン問題への適用と温度設定に関する考察. 同志社大学卒業論文, 2000.