非線形最適化問題への資源追加削減法の適用

Application of DORAR method to Nonlinear Optimization Problems

小栗　伸
Shin OGURI

Abstract: The DORAR method is a new parallel and distributed algorithm for optimum design of discrete systems. However, on the principle of the algorithm for the problem of resource's being minimized, DORAR method didn't suit the problem with Non Linear objective function. In this paper describes the way of changing into the problem of resource's being minimized using the approximation of the objective function.

1　はじめに

並列処理における最適化手法の一つとして提案された資源追加削減法 [1]（以下 DORAR 法）は，各要素でその設計変数である資源に余裕があれば削減し，その後微少資源を追加するというプロセスを繰り返すことで最適解を得るこの手法は並列処理に適した新しい最適化手法であり，現在までに電気回路最適化問題，トラス構造物最適化問題に適用されその有効性が検証されている．しかし，資源最小化問題を対象として考案されたアルゴリズムの原理上，目的関数が非線形となる問題には適用されていなかった．本報告では目的関数の近似を行い資源最小化問題に変換する方法について検討し，非線形問題への DORAR 法の適用を試みる．

2　資源追加削減法のアルゴリズム

資源追加削減法はシステム全体の体積の最小化を目的とし，総体積は各要素の資源の和で表される．システムには要求される機能が制約条件として課せられている．それらは局所情報により決定される局所的制約条件とシステム全体の情報から決定される全体制約条件であり，いくつかの最適化問題はこうした問題に変換することが出来る．DORAR 法のアルゴリズムは以下の手順で示される．

１） 要素ごとに局所制約条件に関する資源余裕を評価．
２） 要素ごとに全体制約条件に関する資源余裕を評価．
３） 資源余裕の最小値を各要素の臨界資源余裕とし削減する．この処理を資源削減処理と呼ぶ．
４） 各要素に一定の微少な資源（以下 Δ R）を追加する．この処理を資源追加処理と呼ぶ．
手順１）から４）を繰り返すことにより最適解を得る．

3　非線形最適化問題への適用

資源追加削減法は資源最小化問題を対象としていたため，これまで目的関数が非線形である問題には適用されていなかった．本研究では目的関数が非線形となる問題において，目的関数の近似を用いて資源最小化問題に変換する方法について検討する．変換アルゴリズムは以下の手順で示される．

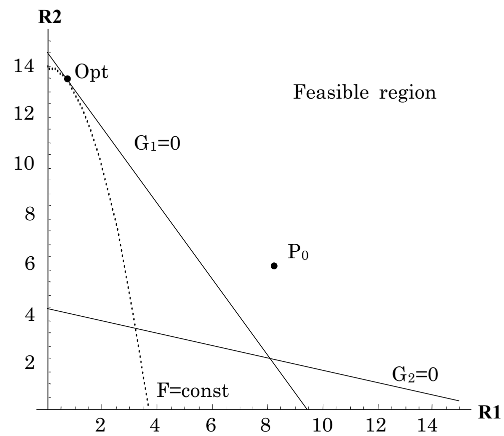

Fig. 1　Problem with Non Linear objective function

1. 設計点 P_0 において，Taylor 展開を用いて目的関数 $F = a{R_1}^n + b{R_2}^m$ を線形近似し，$F = cR_1 + dR_2$ とする．$(a, b, c, d$ は任意の数$)$
2. 得られた目的関数の係数が 1 となるように $cR_1 = R'_1, dR_2 = R'_2$ と置き換える．同時に制約条件も変換し，Fig.2 に示される R'_1，R'_2 からなる資源空間を生成する．
3. 生成された資源空間 Fig.2 において，t ステップ資源追加処理を処理を行う．(t は任意の数)
4. 得られた設計点において，再び 1) の処理を行う．

本変換アルゴリズムでは，一定ステップごとに資源最小化問題への変換を行う．そのため，パラメータ t を設定する必要がある．本報告では $t = 1$ を用いる．

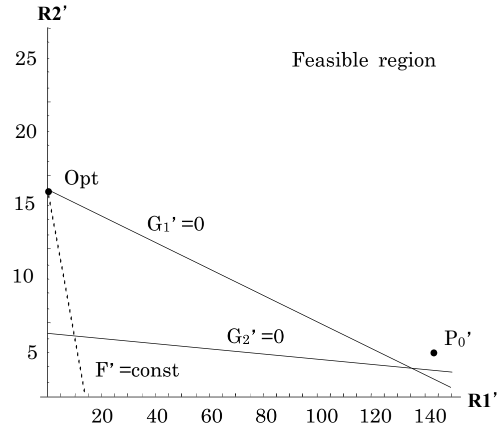

Fig. 2　The problem after the change

4　数値実験

目的関数が非線形である問題に変換アルゴリズムを用いた資源追加削減法を適用する．例題における n は任意の整数であり，n の値によって設計変数の数を変化させることが出来る．

$$Minimize \quad \sum_{i=1}^{n} R_i^{(n-i+1)} \tag{1}$$

$$Subject\ to \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{2n-i}{n} R_i - 7n \geq 0 \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2^{(i-1)n}}{2n} R_i - 2n \geq 0 \tag{3}$$

$$R_i \geq 0 \tag{4}$$

5　実験結果

2 変数の問題における設計点の推移を Fig.3 に示す．このように，目的関数が非線形である問題においても資源最小化問題への変換を行うことで良好な解を得ることができた．

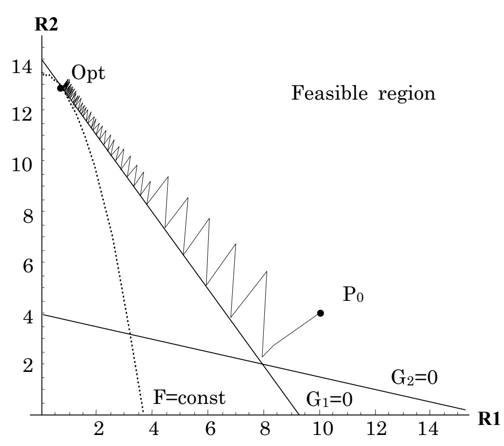

Fig. 3　The change of design point

Fig.4 に 2-50 変数までの目的関数が非線形である問題に，変換アルゴリズムを用いた DORAR 法を適用した結果を示す．設計変数の数の増加とともに計算回数も増加しているが，各問題において良好な解を得ることができた．

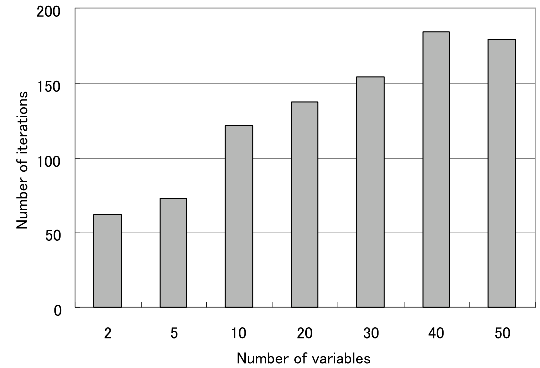

Fig. 4　Relation between of variable and iteration

6　結論

DORAR 法はこれまで資源最小化問題を対象としてきたが，目的関数が非線形で与えられる問題においても目的関数を線形近似し，資源最小化問題に変換することで DORAR 法の適用が可能となった．

7　今後の課題

今回は非線形最適化問題への DORAR 法の適用についての検討を行うため，資源最小化問題への変換を 1 ステップ毎に設定したが，今後は変換するタイミングについても検討する必要がある．

参考文献

1) M.Miki　M.Furuichi　Y.Watanabe『Smart Distributed Minimization of the Volume of Discrete Structure』Proc,AIAA,SDM Conference,pp.2344-2352,1996

2) Raphael T.Haftka and Zafer Gurdal『Elements of Structural Optimization』