資源追加削減法の高速化

The acceleration of the DORAR method

小栗　伸
Shin OGURI

Abstract: The DORAR method is a new parallel and distributed algorithm for optimum design of discrete systems. However, on the principle of the algorithm to do the processing to bring a design point close to the constraint, take the number of the repeat. In this aper describes speed up of DORAR method by fusing of DORAR and the gradient method.

1　はじめに

並列処理における最適化手法の一つとして提案された資源追加削減法 [1)]（以下 DORAR 法）は，各要素でその設計変数である資源に余裕があれば削減し，その後微少資源を追加するというプロセスを繰り返すことで最適解を得る．この手法は並列処理に適した新しい最適化手法である．しかし，設計点を制約条件に近づける処理を反復することで最適化を達成するというアルゴリズムの原理上，収束までの繰り返し数を要するという問題点があった．本報告では，DORAR 法と傾斜法を組み合わせることによる加速アルゴリズムの提案を行い，収束性の向上を試みる．

2　資源追加削減法のアルゴリズム

資源追加削減法は資源の最小化を目的とする．トラス構造物の場合は各部材の体積が資源である．目的はシステム全体の体積の最小化であり，総体積は各要素の資源の和で表される．システムには要求される機能が制約条件として課せられている．それらは局所情報により決定される局所的制約条件とシステム全体の情報から決定される全体制約条件であり，いくつかの最適化問題はこうした問題に変換することが出来る．DORAR 法のアルゴリズムは以下の手順で示される．

１） 要素ごとに局所制約条件に関する資源余裕を評価.
２） 要素ごとに全体制約条件に関する資源余裕を評価.
３） 資源余裕の最小値を各要素の臨界資源余裕とし削減する．この処理を資源削減処理と呼ぶ.
４） 各要素に一定の微少な資源（以下 Δ R）を追加する．この処理を資源追加処理と呼ぶ.
手順１）から４）を繰り返すことにより最適解を得る．

3　DORAR 法と傾斜法のハイブリッド化

資源追加削減法は，任意の初期値から最適解に収束するというロバスト性を有するが，設計点を制約条件に近づける処理を反復することで最適化を達成するというアルゴリズムの原理上，一度制約条件に張りつくと収束までの繰り返し数を要するという問題点があった．そこで，本研究では DORAR 法と傾斜法の組み合わせによる加速アルゴリズムの提案を行い，高速化を試みる．

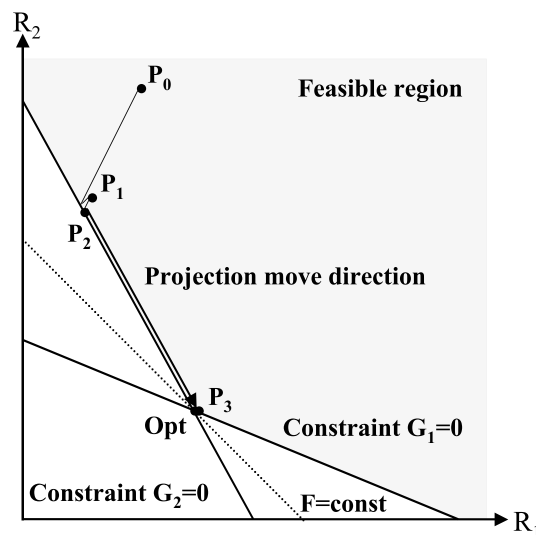

Fig. 1　The way of generating a new point

提案する手法による設計点の推移を Fig. 1 に示す．ここでは，初期点 P_0 から探索が開始され P_1 において資源余裕が微少となる．ここで，設計点 P_1 が制約条件に張りついたと判断し，資源削減処理後，傾斜法を用いて探索を行う．具体的には，資源削減処理で P_2 に推移した後，傾斜法を用いて P_3 に推移する．加速アルゴリズムは以下の手順で示される．

1. 資源余裕の総和が一定置以下の場合 (P_1)，資源削減処理を行った後 (P_2)，DORAR 法から傾斜法へ切り替える．

2. P_2 において，勾配射影法を用いて探索方向（Projection move direction）を決定する．

3. 2) で決定した探索方向を用いて，活性な制約条件との交点 P_3 を求める．

4. 最適性の判定条件として，Kuhn-Tucker の定理を用いる．Kuhn-Tucker 条件を満たしていない場合は，2) へ，満たしている場合は終了とする．

4　勾配射影法

勾配射影法 (Gradient projection method) は，可能点 $x \in F$ が与えられた場合，その点での探索方向として，目的関数の減少方向 s を活性な制約条件で作られる部分空間に射影することで決定する．具体的には，目的関数の減少方向 s は以下のように決定される．

$$
\begin{aligned}
&Minimize \quad f(x)\\
&Subject \quad g_j(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i - b_j \geq 0 \quad j = 1, \ldots, n_g\\
&Selectonlyactiveconstraints\\
&\qquad N = [\nabla g_1(x_i), \nabla g_2(x_i), \ldots, \nabla g_r(x_i)]\\
&Projectionmovedirectionvectoriss\\
&\qquad s = -(I - N(N\top N)^{-1}N\top)\nabla f
\end{aligned}
$$

5　Kuhn-Tucker 条件

$f : R^n \to R$ と $g : R^n \to R_m$ の各要素が連続的微分可能な関数で与えられている場合，$x_0 \in S$ が局所最小点であるための必要条件は (1) 式で与えられ,

$$
\begin{aligned}
\nabla f(x_0) + \nabla g(x_0)\lambda &= 0 \qquad (1)\\
g(x_0) &\leq 0\\
\lambda\top g(x_0) &= 0\\
\lambda &\geq 0
\end{aligned}
$$

これを Kuhn-Tucker 条件という．Kuhn-Tucker の定理は繰り返し計算によって最適化解を求める場合に，最適性の判定条件として用いられる．

6　数値実験

6.1　線形問題

予備実験として提案した手法を式 (2) で示すような線形問題に適用する．例題における n は任意の整数であり，n の値によって設計変数の数を変化させることが出来る．

$$
\begin{aligned}
&Minimize \quad R = R_1 + R_2 + \cdots R_n \geq 0 \qquad (2)\\
&Subject \quad \frac{n}{i}R_n + \cdots + \frac{n}{2}R_2 + nR_1 - 5n \geq 0\\
&\qquad\qquad \frac{i}{n}R_n + \cdots + \frac{2}{n}R_2 + \frac{1}{n}R_1 - 2n \geq 0
\end{aligned}
$$

7　実験結果

提案する手法を用いた結果，大幅な収束性の向上が実現できた．DORAR 法による設計点の推移を Fig2 に，提案する手法を適用した場合の推移を Fig3 に示す．

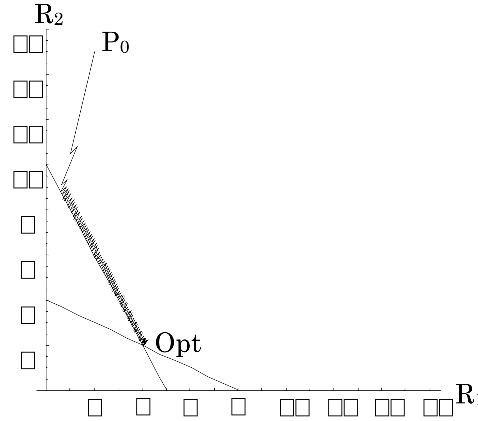

Fig. 2　The change of design point(DORAR)

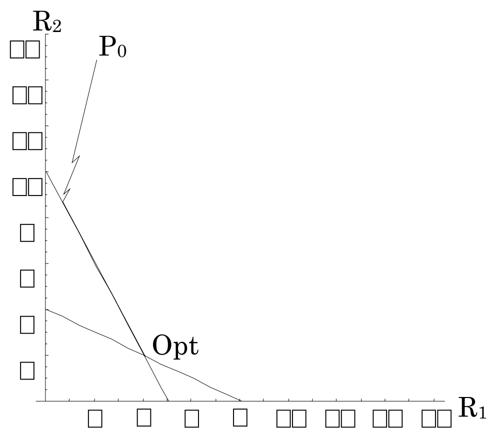

Fig. 3　The change of design point(DORAR+Gradient Projection Method)

8　結論

資源追加削減法と傾斜法を組み合わせ，終了条件に Kuhn-Tucker 条件を用いることで，線形問題においては収束性の向上が実現できた．今後は，非線形最適化問題に提案する手法を適用し，その有効性を検証する必要がある．

参考文献

1) Raphael T.Haftka and Zafer Gurdal『Elements of Structural Optimization』