

シミュレーテッドアニーリングにおける最高温度の重要性

The importance of the max temperature for Simulated Annealing

吉田 武史

Takeshi Yoshida

Abstract: This paper describes parallel simulated annealing (PSA) with different temperature schedule for each processor with changing start temperature. I tried this PSA on Traveling Salesman Problem with using 2-change method and Modified 2-change method to generate solution. The experimental results show good performance for the purposed method.

1 はじめに

シミュレーテッドアニーリング (Simulated Annealing: SA) は、広範囲の組み合わせ最適化問題に有効な汎用近似解法である。従来の非線形最適化手法では、局所最適解に陥る傾向があるが、SA では確率的に改悪方向の状態遷移を認めることにより局所解に陥りにくく、次状態が現在の状態により一意的に定義される状態遷移 (マルコフ連鎖) をたどることにより理論上、最適解に到達することが保証されている¹⁾。

しかし最適解を得るためには、緩慢に冷却する必要があり、膨大な計算量が必要となる。そのため並列計算機を用いて、計算時間を短縮する並列 SA の研究が数多く行われている²⁾。しかしながら、並列 SA の研究では各プロセッサ間で、どのように情報を交換し、アニーリングを続けるかに焦点が置かれ、適切な温度スケジュールに関する研究は少ない。

そこで本論文では並列 SA における新しい方法として、温度スケジュールを並列化する手法を提案する。

2 温度スケジュールの並列化

2.1 逐次 SA における温度スケジュール

SA は温度制御パラメータに依存する汎用的近似解法で、一般的に 最高温度、初期状態を与え、一定温度でのアニーリング、クーリング、停止条件になるまで に戻り繰り返す、というアルゴリズムが用いられる。SA にはマルコフ連鎖を示すクーリング周期、温度スケジュールを決定する最高温度、最低温度、および冷却率の 4 個のパラメータを考えなくてはならず、具体的な設定方法として次のようなものが挙げられる¹⁾。

クーリング周期: 対象問題のサイズに依存し、近傍の大きさに比例した大きさを設定する。

最高温度: 解生成の受理率が一定数以上 (例えば 0.8 以上) となる温度や、最大の改悪となる状態遷移が一定の確率で受理される温度を予備的な実験で求める。

最低温度: 最小の改悪となる状態遷移がクーリング周

期で一回は受理されるような温度、もしくは受理率が一定数以下になる温度。

冷却率: 指数型アニーリング $T_{k+1} = \gamma T_k$ において $0.5 \leq \gamma \leq 1.0$ が望ましい³⁾。

温度スケジュールは解の性能に大きく影響し、良好な解を得るためのパラメータチューニングは容易ではない。そこで本研究では、複数の異なった温度スケジュールを行う並列 SA を考える。

2.2 並列 SA の温度スケジュール

各プロセッサに異なる温度スケジュールを与えるには、適切な最高温度、最低温度および冷却率を設定する必要がある。しかし、この組み合わせ数は多くなるため、ひとつのパラメータを固定した場合について考える。

最低温度、冷却率、または最高温度をすべてのプロセッサで同一にした場合の温度スケジュールを Fig.1 に示す。Type2 では、すべてのプロセッサに同一の冷却率

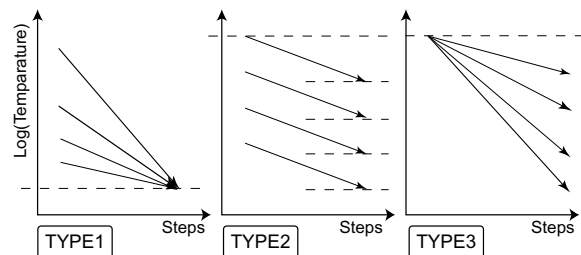


Fig. 1 Temperature schedule of parallel simulated annealing

を設定するため、冷却率の設定が困難となる。Type3 では一部のプロセッサにおいて、低温度でのアニーリングが行えない。そこで、ここでは Type1 の温度スケジュール、すなわち各プロセッサの初期温度を変化させた並列 SA の性能を検証する。

3 対象問題と実行環境

対象問題として、代表的な離散的最適化問題である巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem: TSP) の 150 都市問題 (ch150⁴⁾) を取り上げる。ここでは 2-change 手法と Modified 2-change 手法で解生成

を行う。

2-change : 巡回路のうち2本の枝を選択し,他の2本の枝と交換する.そして選択した2本の間の点を逆順に並び替える.

Modified 2-change : 2-change において選択する枝のうち,少なくともひとつは交換対象の2本の枝のひとつより小さくなるように2本の枝を選択する.

クーリング周期としては,都市数の20倍程度の状態遷移回数が必要であるとされている.しかし本研究では,並列化による計算効率を検証するため,小さい値を採用する.

実験ではPCクラスタ(1CPU × (1+8)台, Pentium 600MHz)を用いて並列SAを実行した.性能比較で用いた逐次SAではPCクラスタの一台を使用した.

4 実験結果と考察

4.1 実験概要

実験では, Fig.1 で示す Type1 の温度スケジュールを用いた並列SAの性能を検証する.対象問題は150都市のTSP(ch150⁴)であり,限られた総アニーリング回数での逐次SAと16プロセッサを用いた並列SAの性能比較を行う.次に並列SAにおいてアニーリング中に同期を取り,プロセッサ間で情報を交換した場合の性能比較を行う.並列SAでは実行終了時の全プロセッサのうち,最も良好なものを解とする.なお,示した実験結果は10回試行の平均である.

4.2 パラメータチューニング

本実験ではクーリング周期,最低温度を全プロセッサ同一に設定し,各プロセッサで異なる初期温度を設定し温度スケジュールを並列化する.

最高温度 : 5500(最大の改悪を50%の確率で受理する温度を全プロセッサの中での最高温度とする)

最低温度 : 0.45(最小の改悪となる状態遷移がクーリング周期中に最低一回は受理される温度)

初期温度振り分け : $T_{k+1} = \gamma T_k$ によって初期温度の最高値5500から等比的に初期温度を割り当てる.なお初期温度の最低値は最低温度と同一とする.

クーリング周期 : 本研究では,並列SAによる計算時間の短縮を目的としているため,300とする.

冷却率 : 初期温度,最低温度,クーリング周期,総アニーリング回数が決まると,冷却率は一意に決定する.

総アニーリング回数を5000から50000までを5000ずつ区切り,並列SA,逐次SAで実験を行った.

4.3 並列SAにおける情報交換

本手法では各プロセッサが同期を取り情報を交換を行う.本論文では,設定した総アニーリング回数の半分ですべてのプロセッサのうちのもっとも良好な解をすべてのプロセッサに割り当てる手法,温度が低い順に良好な

解を割り当てる手法,逆に温度が高い順に良好な解を割り当てる手法を用いる.

4.4 実験結果と考察

Fig.2 は 2-change, Fig.3 は Modified 2-change を用いた各手法での結果である.横軸は総アニーリング回数,縦軸はエラー率 $((f^* - f_{opt})/f^*)$ (f_{opt} は大域最適解, f^* は得られた解)を示す. Fig.2 から, 2-change

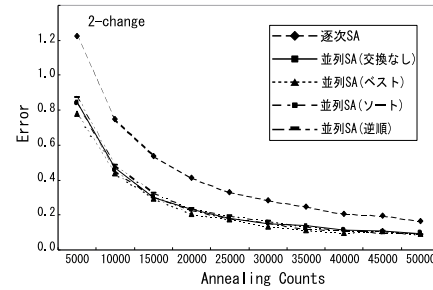


Fig. 2 Result of TSP(ch150) (2-change)

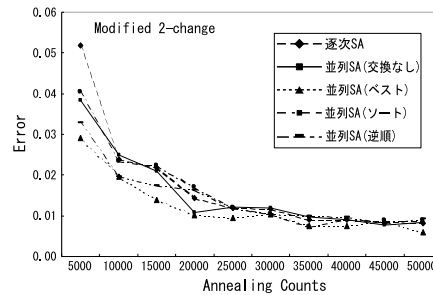


Fig. 3 Result of TSP(ch150) (Modified 2-change)

を用いると並列SAと逐次SAに大きな違いがあり,並列SAは,逐次SAの約半分の総アニーリング回数で同程度の良好な解を得ることができる.一方 Fig.3 より, Modified 2-change が非常に優れた近傍生成法であることがわかる.また総アニーリング回数が非常に短い場合,逐次SAより並列SAが優れた性能を示している.しかし,並列SAにおける情報交換の違いによる性能の違いは確認できなかった.

5 終わりに

ここでは温度スケジュールを並列化する並列SAを提案した.TSPを用いて実験を行った結果,限られた総アニーリング回数において,並列SAの性能が示された.情報交換による性能向上が今後の課題である.

参考文献

- 1) EmileAarts, Jan Korst, 『Simulated Annealing and Boltzmann Machines』,(JOHN WILEY & SONS, 1989)
- 2) Robert Azencott, 『Simulated Annealing : parallelization techniques』,(John Wileys & Sons, Inc., 1976)
- 3) P.J.M.van Laarhoven and E.H.L.Aarts, 『Simulated Annealing:Theory and Application』,Philips Research Laboratories,1987)
- 4) TSPLIB,1995.http://softlib.rice.edu/softlib/tsplib/